SAI LẦM LIÊN QUAN ĐẾN PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG TỪ CÁCH TIẾP CẬN CỦA SUY LUẬN TƯƠNG TỰ VÀ HỢP ĐỒNG DẠY HỌC

BÙI PHƯƠNG UYÊN*

TÓM TẮT

Dự đoán sai lầm liên quan đến một tri thức và xác định nguồn gốc của các sai lầm là cần thiết trong quá trình dạy học (DH). Từ cách tiếp cận của suy luận tương tự và hợp đồng dạy học, chúng tôi trình bày một nghiên cứu về sai lầm của học sinh liên quan đến phương trình mặt phẳng thông qua một thực nghiệm sư phạm.

Từ khóa: suy luận tương tự, sai lầm, hợp đồng dạy học, phương trình mặt phẳng.

ABSTRACT

Errors related to the plane equation through analogy and teaching contract approach

Predicting possible errors related to the knowledge and finding their causes are necessary in the teaching process. From analogy and teaching contract approach, the researcher presents a study of errors of students related to the plane equation through a pedagogical experiment.

Keywords: analogy reasoning, errors, teaching contract, plane equation.

1. Đặt vấn đề

Suy luận tương tự là phép suy luận quy nạp không hoàn toàn nên không phải mọi kết luận đều đúng. Do đó, dùng suy luận tương tự trong dạy học toán cũng có thể dẫn đến sai lầm. Khi đó, có những quy tắc của hợp đồng dạy học ở học sinh (HS) liên quan đến kiến thức mới được suy ra một cách tương tự từ các quy tắc của kiến thức cũ, nhưng những quy tắc mới này không hoàn toàn đúng trong mọi tình huống. Với cách tiếp cận này, chúng tôi tiến hành nghiên cứu một số sai lầm của HS khi học phương trình tổng quát (PTTQ) của mặt phẳng.

2. Cơ sở lí thuyết

2.1. Suy luận tương tự

Danh từ tương tự có nguồn gốc từ "αναλογια", một từ toán học của Hi Lạp. Từ này có nghĩa là sự bằng nhau của hai tỉ số. Chẳng hạn, 3:4::9:12, tức là hệ hai số 3 và 4 tương tự với hệ hai số 9 và 12 vì $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$. [5, tr.81-82]

Theo G. Polya (1977), tương tự là một kiểu giống nhau nào đó. Những đối tượng phù hợp với nhau trong những mối quan hệ được quy định là những đối tượng tương tự. Hai hệ là tương tự nếu chúng phù hợp với nhau trong các mối quan hệ xác định rõ

* NCS trường Đại học Sư phạm TPHCM; *Email: bpuyen@ctu.edu.vn*

ràng giữa những bộ phận tương ứng. Ví dụ tam giác trong mặt phẳng tương ứng tứ diện trong không gian. [6, tr. 24-26]

Vật làm cơ sở cho tương tự, là phần tử để so sánh gọi là nguồn; trong khi đó, những vật được giải thích, được học nhờ sử dụng tương tự gọi là đích. Trong DH toán, việc sử dụng tương tự là chuyển những tư tưởng từ kiến thức nguồn thành kiến thức đích. Do đó, suy luận tương tự có các ứng dụng: Xây dựng một nghĩa nào đó cho tri thức, xây dựng giả thuyết, dùng tương tự để giải bài tập toán cho HS.

Suy luận tương tự giúp HS tìm tòi, khám phá kiến thức mới. Tuy nhiên, không phải mọi suy luận tương tự đều cho kết luận đúng. Điều này là do suy luận tương tự là suy luận quy nạp, không phải là suy luận diễn dịch, nên những kết luận dự kiến chỉ là giả thuyết. Thực tế đúng đắn của những suy luận tương tự không được bảo đảm, mà phải được kiểm chứng. Vì vậy, khi sử dụng suy luận tương tự, HS có thể mắc phải sai lầm trong quá trình học tập.

2.2. Quan niệm về sai lầm

Theo thuyết hành vi, sai lầm phản ánh sự thiếu hiểu biết hay sự vô ý mà thôi.

Ngược lại, học thuyết kiến tạo cho rằng sai lầm và nhận ra sai lầm đóng vai trò xây dựng trong hoạt động nhận thức, bởi vì khi tạo ra sự mất cân bằng trong hệ tư duy của chủ thể, việc nhận ra sai lầm tạo điều kiện thuận lợi để vượt qua nó và làm nảy sinh một thế cân bằng gia mới. Sai lầm không phải là một sự kiện thứ yếu xảy ra trong một quá trình: nó không nằm ngoài kiến thức mà là một biểu hiện của kiến thức.

G. Brousseau (1976) nhấn mạnh: "*Sai lầm không chỉ đơn giản là do thiếu hiểu biết, mơ hồ hay ngẫu nhiên sinh ra..., mà còn là hậu quả một kiến thức trước đây từng tỏ ra có ích, đem lại thành công, nhưng bây giờ lại tỏ ra sai hoặc đơn giản là không còn phù hợp nữa. Những sai lầm thuộc loại này không phải thất thường hay không dự đoán được. Chúng tạo thành chướng ngại*." (dẫn theo [1, tr.57])

G. Brousseau cho rằng con đường đi của HS phải trải qua việc xây dựng (tạm thời) từ một số kiến thức sai hoặc chưa hoàn chỉnh, bởi việc ý thức được đặc trưng sai lầm này sẽ là yếu tố cấu thành nên nghĩa của kiến thức mà ta muốn xây dựng cho HS.

2.3. Lí thuyết nhân chủng học

Quan hệ thể chế, quan hệ cá nhân

Quan hệ của thể chế I với tri thức O, R(I, O) là tập hợp các tác động qua lại mà thể chế I có với tri thức O. Nó cho biết O xuất hiện ở đâu, như thế nào, tồn tại ra sao, có vai trò gì… trong I. [1, tr. 317]

Quan hệ cá nhân X với tri thức O, R (X, O) là tập hợp các tác động qua lại mà cá nhân X có với tri thức O. Nó cho biết X nghĩ gì, hiểu như thế nào về O, có thể thao tác O ra sao. Việc học tập của cá nhân X về đối tượng tri thức O chính là quá trình thiết lập hay điều chỉnh mối quan hệ R(X, O). Hiển nhiên, đối với một tri thức O, quan hệ của thể chế I, mà cá nhân X là một thành phần, luôn luôn để lại dấu ấn trong quan hệ R(X,O). Muốn nghiên cứu R(X, O) ta cần đặt nó trong R(I, O).

Tổ chức toán học

Hoạt động toán học là một bộ phận của các hoạt động trong một xã hội, thực tế toán học cũng là một kiểu thực tế xã hội nên cần thiết xây dựng một mô hình cho phép mô tả và nghiên cứu thực tế đó. Chính quan điểm này đã dẫn đến khái niệm *praxéologie*.

Dẫn theo [1, tr. 319], Chevallard chỉ ra mỗi praxéologie là một bộ gồm 4 thành phần $[T,\tau,\theta,\Theta]$, trong đó T là kiểu nhiệm vụ, τ là kĩ thuật cho phép giải quyết T, θ là công nghệ giải thích cho kĩ thuật τ, Θ là lí thuyết giải thích cho θ. Một praxéologie mà các thành phần đều mang bản chất toán học được gọi là một tổ chức toán học.

Do đó, việc phân tích các tổ chức toán học liên quan đến một đối tượng tri thức là cần thiết trong quá trình dạy học tri thức đó bởi nó cho phép vạch rõ mối quan hệ thể chế và quan hệ cá nhân đối với tri thức. Từ đó, có thể tìm hiểu nguồn gốc của những sai lầm mà HS gặp phải khi học tập tri thức này.

2.4. Hợp đồng dạy học

Hợp đồng DH là tập hợp những quy tắc phân chia và giới hạn trách nhiệm của mỗi bên, giáo viên (GV) và HS, đối với các đối tượng tri thức toán học được giảng dạy. Nó là tập hợp các quy tắc hoạt động, các điều kiện quy định mối quan hệ giữa GV và HS. [1,tr.339]

Hợp đồng DH được xem như là công cụ để nghiên cứu sai lầm của HS và dự đoán nguyên nhân của các sai lầm này.

Làm thế nào để xác định các hiệu lực của hợp đồng dạy học

Một phương pháp nghiên cứu có hiệu quả của hợp đồng DH là tạo ra sự biến loạn trong hệ thống giảng dạy sao cho có thể đặt GV và HS trong một tình huống khác lạ - được gọi là tình huống phá vỡ hợp đồng. [1, tr. 339]

Để tạo ra một tình huống phá vỡ hợp đồng, có thể tiến hành theo các cách sau:

- Thay đổi điều kiện sử dụng tri thức;
- Đặt HS ra ngoài phạm vi hợp thức của tri thức đang bàn tới hoặc những tình huống mà tri thức đó không giải quyết được;
- Đặt GV trước những ứng xử của HS không phù hợp với những điều mà GV mong đợi. Chẳng hạn đó là những câu trả lời khác lạ cho cho một tình huống.

Thiết kế những tình huống như vậy và quan sát ứng xử của GV và HS, phân tích sản phẩm mà họ tạo ra để thấy hiệu lực của hợp đồng: việc các quy tắc của hợp đồng vẫn chi phối ứng xử của họ.

3. Xác định các sai lầm liên quan đến phương trình tổng quát của mặt phẳng

Ở đây, chúng tôi xét đối tượng O là "PTTQ của mặt phẳng", thể chế I là thể chế DH toán lớp 12. Sách giáo khoa (SGK) được sử dụng là Hình học 12 (Cơ bản và Nâng cao).

3.1. Các kiểu nhiệm vụ liên quan đến phương trình tổng quát của đường thẳng và mặt phẳng

Đầu tiên, chúng tôi xin đề cập hai kiểu nhiệm vụ về phương trình đường thẳng.

Kiểu nhiệm vụ T1: Viết PTTQ của đường thẳng đi qua hai điểm A, B phân biệt.

Kĩ thuật τ_1:

- Chọn VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (a;b)$, suy ra VTPT $\vec{n} = (b;-a)$.
- Thay tọa độ điểm A và $\vec{n}$ vào phương trình (PT) $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$.

Kiểu nhiệm vụ T2: Viết PTTQ của đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng *d* (điểm A không thuộc đường thẳng *d*).

Kĩ thuật τ_2:

- Chọn VTCP $\vec{u} = (a;b)$, suy ra VTPT $\vec{n} = (b;-a)$.
- Thay tọa độ điểm A và $\vec{n}$ vào PT $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$.

Hai kiểu nhiệm vụ này khá quen thuộc đối với HS khi học PTTQ của đường thẳng. Kĩ thuật τ_1 và τ_2 nói trên là chiến lược tối ưu. Vì vậy, HS có thể thực hiện ngay hai kĩ thuật trên cho các bài toán thuộc kiểu nhiệm vụ T1 và T2.

Tiếp theo, chúng tôi xin đề cập hai kiểu nhiệm vụ liên quan đến O.

Kiểu nhiệm vụ T1’: Viết PTTQ của mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C phân biệt.

Kĩ thuật τ_1':

- Chọn 2 VTCP $\vec{u}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{u}_2 = \overrightarrow{AC}$, suy ra VTPT $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.
- Thay tọa độ điểm A và $\vec{n}$ vào PT $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Kiểu nhiệm vụ T2’: Viết PTTQ của mặt phẳng đi qua điểm A và song song với hai đường thẳng *d, d’* phân biệt.

Kĩ thuật τ_2':

- Chọn 2 VTCP $\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}$, suy ra VTPT $\vec{n} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$.
- Thay tọa độ điểm A và $\vec{n}$ vào PT $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Bảng 1. *Thống kê số lượng bài tập theo các kiểu nhiệm vụ ở SGK*

Kiểu nhiệm vụ T_i	Số lượng
T1	3
T2	2

Kiểu nhiệm vụ T_i’	Số lượng
T1’	9
T2’	2

3.2. Phân tích các sai lầm liên quan đến các kiểu nhiệm vụ T1’ và T2’

Chúng ta đã biết giữa đường thẳng và mặt phẳng có đặc điểm tương tự: đều là siêu phẳng trong không gian Euclide hai chiều và ba chiều, đều xác định khi biết 1 điểm đi qua và 1 VTPT, có PTTQ tương tự nhau... Do đó, cách tìm PTTQ của mặt phẳng cũng tương tự cách tìm PTTQ của đường thẳng: hai kĩ thuật giải τ_1' và τ_2'của kiểu nhiệm vụ T1’, T2’ nêu ở trên tương tự kĩ thuật τ_1 và τ_2 của kiểu nhiệm vụ T1, T2.

Ở kiểu nhiệm vụ T1, HS thường không cần thực hiện việc kiểm tra nào bởi sự phân biệt của hai điểm A, B là rõ ràng. Kĩ thuật τ_1' cho phép HS đưa ra lời giải đúng khi A, B, C không thẳng hàng. Tuy nhiên, khi 3 điểm A, B, C thẳng hàng thì nó không phù hợp nữa, bởi HS sẽ lúng túng khi tính $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0}$. Trong trường hợp này, HS có thể cho rằng GV đã cho đề sai, mà không thể đưa ra được kết luận phù hợp.

Ở kiểu nhiệm vụ T2, kĩ thuật τ_2 mang lại lời giải đúng, vì thế HS có thể áp dụng ngay vào lời giải mà cũng không cần sự kiểm tra nào. Còn ở kiểu nhiệm vụ T2’, kĩ thuật τ_2' cho lời giải đúng trong trường hợp *d* và *d’* cắt nhau hoặc chéo nhau. Khi *d* song song *d’* thì kĩ thuật này không còn phù hợp nữa. Từ đó cho phép chúng tôi dự đoán hai sai lầm sau đây:

SL1: HS sử dụng công thức VTPT $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$ mà không kiểm tra tính thẳng hàng của ba điểm đã cho khi thực hiện kiểu nhiệm vụ T1’.

SL2: HS sử dụng công thức VTPT $\vec{n} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$ mà không kiểm tra vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d’ khi thực hiện kiểu nhiệm vụ T2’.

Việc HS không kiểm tra tính thẳng hàng của ba điểm (SL1) hay vị trí tương đối của hai đường thẳng (SL2) là do cách trình bày các bài tập dạng này ở các SGK. Chúng tôi nhận thấy rằng trong những bài tập ở SGK 12 không bao giờ có trường hợp cho 3 điểm thẳng hàng và hai đường thẳng song song. Do vậy, một cách ngầm ẩn, HS không có trách nhiệm kiểm tra tính thẳng hàng của ba điểm *A, B, C* khi đứng trước kiểu nhiệm vụ T1’ và kiểm tra vị trí tương đối của hai đường thẳng khi đứng trước kiểu nhiệm vụ T2’. Nói cách khác, tồn tại những quy tắc ngầm ẩn của hợp đồng dạy học khi HS thực hiện hai kiểu nhiệm vụ T1’ và T2’ tương tự như các quy tắc ngầm ẩn khi thực hiện kiểu nhiệm vụ T1 và T2.

***Bảng 2.** Các quy tắc của hợp đồng dạy học*

Quy tắc khi thực hiện T1 và T2	Quy tắc khi thực hiện T1’ và T2’
R1: HS không có trách nhiệm thực hiện việc kiểm tra nào khi thực hiện kiểu nhiệm vụ T1.	R1’: HS không có trách nhiệm kiểm tra tính thẳng hàng của ba điểm A, B, C khi thực hiện kiểu nhiệm vụ T1’.
R2: HS không có trách nhiệm thực hiện việc kiểm tra nào khi thực hiện kiểu nhiệm vụ T2.	R2’: HS không có trách nhiệm kiểm tra vị trí tương đối của hai đường thẳng *d* và *d’* khi thực hiện kiểu nhiệm vụ T2’.

Từ những phân tích trên cho phép chúng tôi hình thành một giả thuyết:

Giả thuyết **H**: "*Tồn tại một số sai lầm (SL1, SL2) của HS khi học tập các kiểu nhiệm vụ liên quan đến PTTQ của mặt phẳng có nguồn gốc từ sự áp dụng suy luận tương tự và sự tồn tại các quy tắc của hợp đồng dạy học gắn liền với kiến thức này*".

4. Kiểm định giả thuyết thông qua một nghiên cúu thực nghiệm

4.1. Mô tả thực nghiệm

Tình huống sau đây được thực hiện nhằm kiểm nghiệm giả thuyết **H** nêu trên. Tình huống được thực hiện với HS lớp 12 đã học bài PT mặt phẳng và PT đường thẳng trong chương trình Hình học 12.

Pha 1. HS giải 2 bài toán sau trong thời gian 30 phút và nộp lại bài làm cho GV.

Bài toán 1: *Cho 3 điểm A(4;1;2), B(5;-2;1), C(3;4;3). Tìm mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C.*

Bài toán 2: *Cho hai đường thẳng* $d:\begin{cases} x=1-2t \\ y=5-t \\ z=3+t \end{cases}$, $d':\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. *Viết PTTQ của mặt phẳng* (α) *đi qua A(3;2;-4) và song song với d, d'.*

Pha 2. GV và HS cùng sửa bài trong 10 phút: HS phát biểu, các em khác nhận xét, bổ sung và GV đánh giá sau cùng.

4.2. Phân tích tiên nghiệm

4.2.1. Các chiến lược

Bảng 3. *Các chiến lược của hai bài toán*

Bài toán 1	Bài toán 2
S1-1: A, B, C thẳng hàng	**S2-1:** VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}\right]$
S1-2: VTPT $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$	**S2-2:** VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d,\overrightarrow{MM'}\right]$ với $M\in d, M'\in d'$

4.2.2. Các biến dạy học

V1: Đặc điểm các điểm A, B, C: thẳng hàng hay không thẳng hàng.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng cho phép xem xét sai lầm thứ nhất.

V2: Đặc điểm đường thẳng d, d': song song hay không song song.

Hai đường thẳng *d // d'* tạo điều kiện xem xét sai lầm thứ hai.

V3: Đặc điểm mặt phẳng cần tìm

Trong bài toán 1, mặt phẳng cần tìm đi qua 3 điểm A, B, C thẳng hàng nên có vô số mặt phẳng. Ở bài toán 2, mặt phẳng (α) xác định nên HS cần tìm được PTTQ của mặt phẳng này.

4.2.3. Các lời giải có thể quan sát được

- Bài toán 1

- **S1-1**: Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;3;1)$ nên A, B, C thẳng hàng.

Đến đây, HS có thể đưa ra hai kết luận cho bài toán như sau:

- Kết luận 1: Có vô số mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C. Đây là kết luận đúng cho bài toán 1.
- Kết luận 2: Không có mặt phẳng nào đi qua 3 điểm A, B, C. Kết luận này không đúng.

- **S1-2:** $\overrightarrow{AB}=(1;-3-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;3;1)$ $\Rightarrow$ VTPT $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\vec{0}$. Vậy PTTQ của mặt phẳng (ABC) là $0(x-4)+0(y-1)+0(z-2)=0 \Leftrightarrow 0x+0y+0z=0$.

Bài toán 2

- **S2-1**: Vì $(\alpha)//\,d$ và $(\alpha)//d'$ nên $\vec{u}_d=(-2;-1;1),\vec{u}_{d'}=(2;1;-1)$ là hai VTCP của (α). Ta được VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}\right]=(0;0;0)=\vec{0}$.

Ở đây, HS cũng có thể đưa ra hai kết luận sau:

- Kết luận 1: Có vô số mặt phẳng (α).
- Kết luận 2: Không có mặt phẳng (α).

Cả hai kết luận này đều không đúng.

- **S2-2**: Ta có *d//d'*. Lấy $M(1;5;3)\in d, M'(2;0;-1)\in d'$, suy ra $\vec{u}_d=(-2;-1;1)$ và $\overrightarrow{MM'}=(1;-5;-4)$ là 2 VTCP của (α) $\Rightarrow$ VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d,\overrightarrow{MM'}\right]=(9;-7;11)$.

Vậy PTTQ (α): $9(x-3)-7(y-2)+11(z+4)=0 \Leftrightarrow 9x-7y+11z+31=0$.

Đây là lời giải đúng cho bài toán 2.

4.3. *Phân tích hậu nghiệm*

Chúng tôi tiến hành thử nghiệm ở lớp 12A8, trường THPT Châu Văn Liêm, thành phố Cần Thơ vào ngày 20 tháng 3 năm 2014 trong thời gian 30 phút. Lớp 12A8 gồm 45 HS được học theo chương trình nâng cao. Sau đây là kết quả thực nghiệm.

Pha 1

Bảng 4. *Thống kê các chiến lược của HS đối với bài toán 1*

Chiến lược S1-1		Chiến lược S1-2	Chiến lược khác
Kết luận 1	Kết luận 2		
3 (6,67 %)	8 (17,78 %)	34 (75,55%)	0 (0 %)

Chiến lược ưu thế trong bảng thống kê là chiến lược S1-2 (75,55 %). Như vậy, hầu hết các em đều tính VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]$ rồi suy ra PTTQ của mặt phẳng (ABC) mà không kiểm tra tính thẳng hàng của các điểm A, B, C trước. Điều này dẫn đến sai lầm khi tìm mặt phẳng. Bài làm của HS Nguyên Thy minh họa cho trường hợp này là:

"$\overrightarrow{AB}=(1;-3;-1)$, $\overrightarrow{BC}=(-2;6;2)\Rightarrow \vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(0;0;0)$

Mặt phẳng (ABC) đi qua A và có VTPT $\vec{n}=(0;0;0)$ *là*

$0(x-4)+0(y-1)+0(z-2)=0 \Leftrightarrow 0x+0y+0z=0$."

Bảng 5. *Thống kê các chiến lược của HS đối với bài toán 2*

Chiến lược S2-1			Chiến lược S2-2	Chiến lược khác
Kết luận 1	Kết luận 2	Không kết luận		
13 (28,89 %)	21 (46,67 %)	5 (11,11, %)	6 (13,33 %)	0 (0 %)

Chiến lược chiếm đa số trong bảng thống kê là S2-1 (86,67 %). Hầu hết các em đều tính ngay VTPT $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = \vec{0}$ mà không kiểm tra vị trí tương đối của hai đường thẳng *d* và *d'*. Do đó, các em đã bỏ lững mà không kết luận hoặc kết luận sai. Bài làm của HS Yến Vy minh họa cho trường hợp này như sau:

"*Ta có:* $\vec{u}_d = (-2;-1;-1),\ \vec{u}_{d'} = (2;1;-1) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d;\vec{u}_{d'}] = (0;0;0)$

$\Rightarrow$ *không tồn tại* (α)."

Chỉ có 6 HS (13,33 %) nhận ra được đường thẳng *d* song song với *d'* và giải đúng PTTQ của mặt phẳng theo chiến lược S2-2.

Pha 2

Sau khi HS đã giải hai bài toán và nộp lại bài làm, GV và HS cùng thảo luận để tìm lời giải đúng cho bài toán. Kết quả đối thoại giữa GV và HS (được trình bày trong phụ lục) cho thấy các em đã mắc phải sai lầm khi viết PTTQ của mặt phẳng. Các sai lầm này do tồn tại một quy tắc ngầm ẩn khi thực hiện các kiểu nhiệm vụ T1' và T2': tính ngay VTPT theo các công thức đã biết mà không thực hiện việc kiểm tra nào. Vì các bài tập trước đây ở SGK không có trường hợp giống với hai bài tập đã cho nên nếu vẫn thực hiện theo cách làm này thì không lại lời giải đúng cho bài toán. Hơn nữa, các câu trả lời của HS như *"đây là cách em đã làm trong những bài tập trước", "tương tự như các bài toán trước đây,..."* cho thấy ứng xử của các em vẫn không thay đổi khi đứng trước một tình huống mới.

Mặt khác, thông qua quá trình thảo luận cho thấy HS đã từng bước nhận ra được đặc điểm của ba điểm A, B, C thẳng hàng và không thể tính VTPT dựa vào tích có hướng hai VTCP của hai đường thẳng song song. Từ đó, các em đã tiến hành điều chỉnh để tìm ra lời giải đúng cho bài toán. Điều này chứng tỏ các em đã nhận ra và sửa chữa sai lầm nhờ những thông tin phản hồi từ môi trường.

Qua hai pha trong tình huống thực nghiệm cho phép khẳng định tính đúng đắn của giả thuyết **H**.

5. Kết luận

Sai lầm là một phương diện của kiến thức và nó tác động trở lại quá trình hoạt động của HS. Qua đó, HS có thể tiến hành những điều chỉnh cần thiết để xây dựng nghĩa của kiến thức thu nhận được. Cách tiếp cận suy luận tương tự và hợp đồng DH cho phép giải thích nguồn gốc của một số sai lầm trong quá trình học tập học của HS.

Để khắc phục sai lầm, theo học thuyết kiến tạo, nên đặt HS vào những tình huống mới gắn liền với sai lầm đó. Tình huống này tạo ra cho HS những xung đột nhận thức, cho phép họ không chỉ tự nhận ra sai lầm mà còn nhận ra các quan niệm mà họ đã vận dụng dẫn đến những kết quả mâu thuẫn. Điều đó giúp họ điều chỉnh những quan niệm cũ của mình để xây dựng kiến thức mới. Và như vậy, HS sẽ chủ động hơn trong việc sửa chữa sai lầm.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Annie Bessot, Claude Comiti, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến (2009), *Những yếu tố cơ bản của Didactic toán*, Nxb Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh.
2. Bộ giáo dục và đào tạo (2009), *Hình học 10, SGK nâng cao,* Nxb Giáo dục, Hà Nội.
3. Bộ giáo dục và đào tạo (2009), *Hình học 12, SGK nâng cao,* Nxb Giáo dục, Hà Nội.
4. Bộ giáo dục và đào tạo (2009), *Hình học 12, SGK cơ bản*, Nxb Giáo dục, Hà Nội.
5. Nguyễn Phú Lộc (2010), *Dạy học hiệu quả môn Giải tích trong trường phổ thông,* Nxb Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.
6. G. Polya (1977), *Toán học và những suy luận có lí*, quyển I, tập I, Nxb Giáo dục, Hà Nội.
7. G. Brousseau (1976), Les obstacles espistémologiques et les problèmes en mathèmatiques. In : (1983) *Recherches en didactique des mathèmatiques*, 4(2), pp.164-198.

PHỤ LỤC

Biên bản đối thoại giữa GV và HS trong pha 2

GV: Nào, bây giờ chúng ta sẽ giải lại hai bài toán này nhé. Nhưng trước khi nêu cách giải, em nào có thể nhắc lại bài toán đã học trong hình học 10 tương tự bài toán 1?

HS Trúc: Thưa cô, bài toán “Viết PTTQ của đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt”.

GV: Bài toán đó giải bằng cách nào?

HS Trúc: Tìm VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (a;b) \Rightarrow$ VTPT $\vec{n} = (b;-a)$ rồi thay vào PTTQ đường thẳng.

GV: Tương tự, em nào có thể cho cô biết em giải bài toán 1 như thế nào? Vì sao?

HS Thy: Em tìm 2 VTCP là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \Rightarrow$ VTPT $\vec{n}_{(ABC)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$, rồi em thay vào PT mặt phẳng. Đây là cách em đã làm trong những bài tập trước.

GV: Vậy em tìm VTPT được vectơ nào và được PTTQ của mặt phẳng là gì?

HS Thy: Dạ, $\vec{n}_{(ABC)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \vec{0}$ và PTTQ của mặt phẳng (ABC) là $0x + 0y + 0z = 0$.

GV: Theo định nghĩa, VTPT của mặt phẳng phải là một vectơ khác $\vec{0}$. Ở đây em tìm VTPT của mặt phẳng bằng $\vec{0}$ nên đó chưa phải là VTPT đâu. Em nào có cách giải khác?

HS Nhi: Em thấy $\overrightarrow{AB}=(1;-3-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;3;1)$, suy ra $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}$ nên A, B, C thẳng hàng, vì vậy không có mặt phẳng đi qua A, B, C.

GV: Em đã phát hiện đúng 3 điểm A, B, C thẳng hàng. Nhưng có mặt phẳng nào đi qua 3 điểm thẳng hàng không các em?

HS Tiến: Dạ, ba điểm *A, B, C* thẳng hàng nên tạo thành 1 đường thẳng. Mà có vô số mặt phẳng đi qua 1 đường thẳng. Vậy có vô số mặt phẳng đi qua *A, B, C*.

GV: Em Tiến phát biểu đúng rồi các em. Cách giải của em Thy đúng khi ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vì vậy, các em nên kiểm tra tính thẳng hàng của ba điểm đã cho trước áp dụng công thức $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

GV: Bây giờ chúng ta xét bài toán 2. Em nào có thể nêu được một bài toán đã học tương tự bài toán 2.

HS Minh: Dạ, bài toán "Viết PTTQ của đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng *d*".

GV: Em có thể nhắc lại cách giải bài toán này không?

HS Nhi: Ta có VTPT $\vec{n}_{\Delta}=\vec{n}_d=(b;-a)$, sau đó thay vào PT đường thẳng.

GV: Vậy, em nào hãy phát biểu cách giải bài toán 2?

HS Vy: Tương tự như các bài toán trước đây, em tính $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d;\vec{u}_{d'}\right]$. Nhưng ở đây $\vec{n}_{(\alpha)}=\vec{0}$ nên suy ra không tồn tại mặt phẳng (α).

GV: Em nào có ý kiến khác?

HS Ngọc: Em lấy $M(1;5;3)\in d, M'(2;0;-1)\in d'$, suy ra $\vec{u}_d=(-2;-1;1)$ và $\overrightarrow{MM'}=(1;-5;-4)$ là 2 VTCP của (α), rồi tính VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d,\overrightarrow{MM'}\right]=(9;-7;11)$. Em được PTTQ $9x-7y+11z+31=0$.

GV: Em có thể giải thích rõ hơn tại sao phải dùng công thức VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d,\overrightarrow{MM'}\right]$?

HS Ngọc: Vì *d //d'* nên $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$ cùng phương. Nếu dùng công thức $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d;\vec{u}_{d'}\right]$ thì $\vec{n}_{(\alpha)}=\vec{0}$ và sẽ không tìm được VTPT. Ở đây, vì (α) song song với *d* và *d'* nên (α) song song với mặt phẳng tạo bởi d và d'. Nếu lấy M, M' thuộc d và d' thì (α) song song với MM'. Hai đường thẳng d và MM' cắt nhau nên có thể tính được VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d;\vec{u}_{d'}\right]\neq\vec{0}$.

GV: Đúng rồi đó các em. Khi 2 đường thẳng *d* và *d'* cắt nhau hoặc chéo nhau thì công thức $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d;\vec{u}_{d'}\right]$ sẽ giúp các em tìm được VTPT, nhưng khi *d//d'* thì công thức này không còn đúng nữa. Các em phải điều chỉnh lại cách tìm VTPT thì mới giải được bài toán. Do đó, trước khi tính VTPT, các em nên kiểm tra vị trí tương đối của *d* và *d'* trước để biết dùng công thức nào cho phù hợp. Bây giờ, cô mời Tiến và Ngọc lên bảng giải lại 2 bài toán này.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 17-6-2014; ngày phản biện đánh giá: 01-8-2014; ngày chấp nhận đăng: 22-6-2015)