

## TRUYỀN NĂNG LƯỢNG CỘNG HƯỞNG GẦN MỘT KHỐI TRỤ ĐIỆN MÔI

TRẦN MINH HIẾN\*, PHẠM DIÊN THÔNG\*\*, HỒ TRUNG DŨNG\*\*\*

### TÓM TẮT

Chúng tôi xem xét hiện tượng truyền năng lượng cộng hưởng giữa hai phân tử trong sự hiện diện của khối trụ điện môi. Kết quả số cho thấy tốc độ truyền năng lượng có thể tăng hoặc giảm nhiều bậc do ảnh hưởng của khối trụ. Hấp thụ vật chất có xu hướng làm giảm độ truyền năng lượng cộng hưởng, đặc biệt ở các khoảng cách xa.

**Từ khóa:** truyền năng lượng cộng hưởng, khối trụ điện môi.

### ABSTRACT

#### *Transferring resonant energy near a dielectric cylinder*

We examined the resonant energy transfer between two separated molecules in the presence of a dielectric cylinder. Numerical results show that the rate of the resonant energy transfer can be increased or decreased by being influenced by the magnitude. Material absorption tends to inhibit the resonant energy transfer, especially at large distances.

**Keywords:** resonant energy transfer, dielectric cylinder.

### 1. Mở đầu

Truyền năng lượng cộng hưởng (RET- resonance energy transfer) giữa hai phân tử, cũng có thể là ion hay chấm lượng tử, là cơ chế chính trong hiện tượng quang hợp, trong các thiết bị quang tử như đèn LED, nano laser, và hứa hẹn nhiều ứng dụng trong xử lý thông tin lượng tử [2]. Gọi khoảng cách giữa hai phân tử là  $R$  và bước sóng truyền là  $\lambda$ . Trong không gian tự do, người ta thường phân biệt hai trường hợp: truyền năng lượng phi bức xạ (Föster) ở khoảng cách ngắn  $R/\lambda \ll 1$ , có thể giải thích qua tương tác Coulomb, và truyền năng lượng bức xạ ở khoảng cách dài  $R/\lambda \gg 1$  thông qua trao đổi photon. Trong trường hợp thứ nhất, tốc độ truyền tỉ lệ với  $R^{-6}$  và trong trường hợp thứ hai tỉ lệ với  $R^{-2}$ . Lí thuyết thống nhất bao gồm cả hai trường hợp trên đã được thảo luận trong [3].

Ta có thể lợi dụng ảnh hưởng của môi trường xung quanh để điều khiển quá trình truyền năng lượng. Lí thuyết lượng tử tổng quát mô tả hiện tượng truyền năng lượng cộng hưởng trong sự hiện diện của vật chất vĩ mô có cấu hình bất kì, cho phép hấp thụ

\* ThS, Viện Vật lý TP Hồ Chí Minh; Email: mhientran@yahoo.com

\*\* ThS, Trường Đại học Đồng Tháp

\*\*\* PGS TS, Viện Vật lý TP Hồ Chí Minh

và tán xạ, đã được xây dựng trong [6]. Trong các cấu hình khác nhau, hệ có đối xứng trụ đóng vai trò quan trọng do đó là hình học của sợi quang học và ống carbon nano. Cấu hình này cho phép hai loại cộng hưởng: cộng hưởng whispering gallery modes (WGM) vòng theo rìa khối trụ và cộng hưởng sóng dẫn (guided modes) dọc theo khối trụ. Một ưu điểm khác của hình học trụ (trái tới vô hạn) là hàm Green của nó được biết chính xác [7]. Sử dụng lý thuyết của [6], trong [8] người ta đã xem xét RET trong hệ trụ giữa các phân tử nằm trong cùng một mặt cắt của khối trụ. Trường hợp hệ trụ có kích thước nano đã được xem xét trong [4] sử dụng phương pháp phân tích mode là phương pháp không cho phép xem xét trường hợp vật chất có tán xạ và hấp thụ. Trong công trình này, chúng tôi xem xét tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng giữa hai phân tử đặt gần một khối trụ điện môi, tập trung vào trường hợp các phân tử đặt dọc theo khối trụ. Chúng tôi sử dụng cách tiếp cận của [6] là cách tiếp cận cho phép vật chất có hấp thụ và tán xạ. Sự phụ thuộc của tốc độ truyền năng lượng vào các yếu tố như khoảng cách giữa các phân tử, hàm điện môi, bán kính của khối trụ sẽ được khảo sát.

## 2. Biểu thức của tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng qua hàm Green

Ta xem xét hệ gồm hai phân tử tương tác với nhau thông qua trường điện từ. Trường điện từ ở đây sẽ là trường điện từ đã tính đến sự hiện diện của vật chất [6]. Kí hiệu hai phân tử hai mức là  $A$  và  $B$  với các vectơ tọa độ tương ứng là  $\mathbf{r}_A$  và  $\mathbf{r}_B$ , trạng thái cơ bản  $|a\rangle$  ( $|b\rangle$ ) và trạng thái kích thích  $|a'\rangle$  ( $|b'\rangle$ ). Các phân tử này dao động giữa trạng thái cơ bản và trạng thái kích thích với tần số và phân tử ma trận lưỡng cực tương ứng là  $\omega_{a'a}$  ( $\omega_{b'b}$ ) và  $\boldsymbol{\mu}_{a'a}$  ( $\boldsymbol{\mu}_{b'b}$ ).

Giả sử ban đầu hệ ở trạng thái  $|i\rangle$  tương ứng với phân tử  $A$  ở trạng thái kích thích  $|a'\rangle$ , phân tử  $B$  ở trạng thái cơ bản  $|b\rangle$  và trường điện từ trong trạng thái chân không  $|0\rangle$ . Trạng thái của hệ được biểu diễn dưới dạng

$$|i\rangle = |a', b\rangle \otimes |0\rangle. \quad (1)$$

Trong trạng thái này hệ có năng lượng  $\hbar\omega_{a'a}$ . Sau khi có sự truyền năng lượng từ phân tử  $A$  cho phân tử  $B$  hệ chuyển về trạng thái cuối  $|f\rangle$  tương ứng với phân tử  $A$  ở trạng thái cơ bản còn phân tử  $B$  ở trạng thái kích thích. Lúc này hệ có năng lượng là  $\hbar\omega_{b'b}$

$$|f\rangle = |a, b'\rangle \otimes |0\rangle. \quad (2)$$

Tốc độ truyền năng lượng giữa hai trạng thái  $|a', b\rangle$  và  $|a, b'\rangle$  được cho bởi phương trình [4]

$$w_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar^2} \left| \frac{\omega_{a'a}^2}{c^2} \boldsymbol{\mu}_{b'b} G(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_A, \omega_{a'a}) \boldsymbol{\mu}_{a'a}^* \right|^2 \delta(\omega_{a'a} - \omega_{b'b}). \quad (3)$$

Trong gần đúng Born-Oppenheimer, yếu tố ma trận chuyển có dạng

$$\boldsymbol{\mu}_{a'a} = \mathbf{d}_{A'} \nu_{a'a}, \quad (4)$$

với  $\mathbf{d}_A$  là yếu tố ma trận của toán tử lưỡng cực, và  $v_{a'a}$  là tích phân che phủ giữa các trạng thái rung (vibrational states) trong hai trạng thái điện tử; tương tự cho phân tử  $B$ . Như vậy, tổng tốc độ truyền năng lượng thu được từ phương trình (3) cho tất cả các trạng thái đầu và trạng thái cuối là [6]

$$w = \frac{2\pi}{\hbar^2} \sum_{a,a'} \sum_{b,b'} p_{a'} p_b \left( \frac{\omega_{a'a}^2}{c^2} \right)^2 |v_{b'b} v_{a'a}|^2 |\mathbf{d}_B \mathbf{G}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_A, \omega) \mathbf{d}_A|^2 \delta(\omega_{a'a} - \omega_{b'b}). \quad (5)$$

Ở đây,  $p_{a'}$  là xác suất phân tử  $A$  ở mức  $a'$  và  $p_b$  là xác suất phân tử  $B$  ở mức  $b$ . Phương trình (5) có thể viết lại như sau:

$$w = \int d\omega \tilde{w}(\omega) \sigma_A^{em}(\omega) \sigma_B^{abs}(\omega), \quad (6)$$

với

$$\tilde{w}(\omega) = \frac{2\pi}{\hbar^2} \left( \frac{\omega^2}{c^2} \right)^2 |\mathbf{d}_B \mathbf{G}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_A, \omega) \mathbf{d}_A|^2 \quad (7)$$

và

$$\sigma_A^{em} = \sum_{a,a'} p_{a'} |v_{a'a}|^2 \delta(\omega_{a'a} - \omega), \quad (8)$$

$$\sigma_B^{abs} = \sum_{b,b'} p_b |v_{b'b}|^2 \delta(\omega_{b'b} - \omega) \quad (9)$$

là phổ phát xạ của phân tử  $A$  và phổ hấp thụ của phân tử  $B$  trong trạng thái cân bằng. Nếu hàm Green là một hàm biến đổi chậm theo tần số so với phổ phát xạ và phổ hấp thụ, ta có thể thay  $\tilde{w}(\omega) \approx \tilde{w}(\omega_A)$  và viết lại biểu thức (6) như sau:

$$w = \tilde{w}(\omega_A) \int d\omega \sigma_A^{em}(\omega) \sigma_B^{abs}(\omega). \quad (10)$$

Bên trong tích phân bây giờ đơn giản là sự chồng chập phổ phát xạ và phổ hấp thụ của hai phân tử. Ảnh hưởng của môi trường lên tốc độ truyền năng lượng tổng cộng được chứa đựng hoàn toàn trong  $\tilde{w}(\omega_A)$ , cũng là đại lượng mà chúng ta sẽ tập trung khảo sát. Ta chuẩn hóa đại lượng này bằng cách chia nó cho tốc độ truyền trong không gian tự do

$$\Gamma = \frac{\tilde{w}}{\tilde{w}_0} = \frac{|\mathbf{d}_B \mathbf{G}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_A, \omega_A) \mathbf{d}_A|^2}{|\mathbf{d}_B \mathbf{G}_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_A, \omega_A) \mathbf{d}_A|^2}, \quad (11)$$

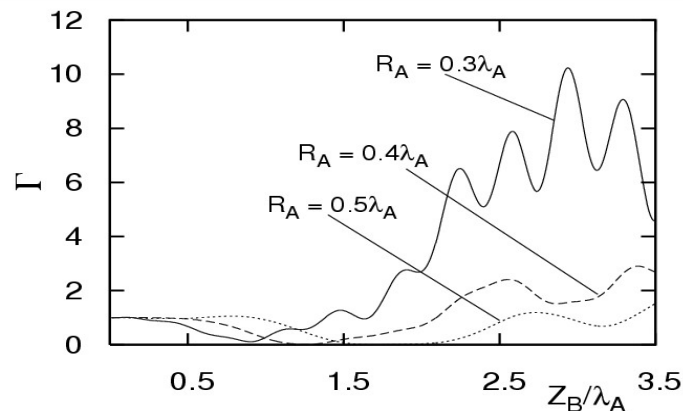
trong đó  $G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_A, \omega_A)$  là hàm Green trong không gian tự do [7]. Đây là công thức tổng quát, có giá trị cho tất cả các cấu hình hình học của vật thể vĩ mô và cho phép xem xét đầy đủ tán sắc và hấp thụ của môi trường. Công thức (11) cho thấy tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng phụ thuộc vào cả phần thực và phần ảo của hàm Green, và phụ thuộc vào vị trí phân tử cho cũng như vị trí phân tử nhận. Để rút ra các kết luận vật lí, ta cần biết hàm Green của hệ. Hàm Green cho khối trụ chứa đựng tổng và tích phân [1,7] và hàm dưới tích phân biến thiên rất nhanh tại các vị trí cộng hưởng. Để xử lí các

điểm biên thiên nhanh, ta sẽ lợi dụng tích chất giải tích của hàm Green và thực hiện tích phân theo đường vòng trong mặt phẳng phức [1]. Kết quả số được trình bày trong phần tiếp theo.

### 3. Kết quả số và thảo luận

Do hệ có đối xứng trụ, hệ tọa độ phù hợp nhất là hệ tọa độ trụ. Khi đó  $\mathbf{r}_A = (R_A, \varphi_A, z_A)$  và  $\mathbf{r}_B = (R_B, \varphi_B, z_B)$ . Ta chọn trục  $z$  là trục của khối trụ và kí hiệu bán kính khối trụ là  $R$ , hằng số điện môi khối trụ là  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ , trong đó phần ảo  $\varepsilon''$  đặc trưng cho độ hấp thụ của vật chất. Vị trí phân tử  $A$  được cố định trong mặt phẳng  $Oxy$ , tức là  $z_A = 0$ . Đối với một phân tử bất kì, mômen lưỡng cực của phân tử có thể định hướng theo các phương khác nhau hoặc định hướng hoàn toàn ngẫu nhiên. Dưới đây ta giả định phân tử cho và phân tử nhận cùng có mômen lưỡng cực định hướng theo phương  $Oz$ :  $\mathbf{d}_A = (0, 0, d_A)$ . Từ công thức (11) ta thấy để tính tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng, ta chỉ cần biết thành phần  $G_{zz}$  của hàm Green. Đây cũng là thành phần có dạng giải tích đơn giản nhất. [1,7]

Trước tiên chúng tôi đã so sánh kết quả số với kết quả của [8] cho trường hợp hai phân tử nằm trong cùng một mặt cắt và tìm thấy sự nhất trí cao. Điều này khẳng định độ tin cậy của chương trình. Tiếp theo chúng tôi sẽ tập trung khảo sát trường hợp các phân tử đặt trên đường thẳng song song với trục của khối trụ  $R_A = R_B$ ,  $\varphi_A = \varphi_B$  và nằm ngoài khối trụ  $R_A = R_B > R$ . Ta có thể thấy khi các phân tử nằm trên cùng một đường thẳng song song với trục của khối trụ, tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng không phụ thuộc vào tọa độ góc và cộng hưởng sóng dẫn đóng vai trò quan trọng hơn WGM trong RET.



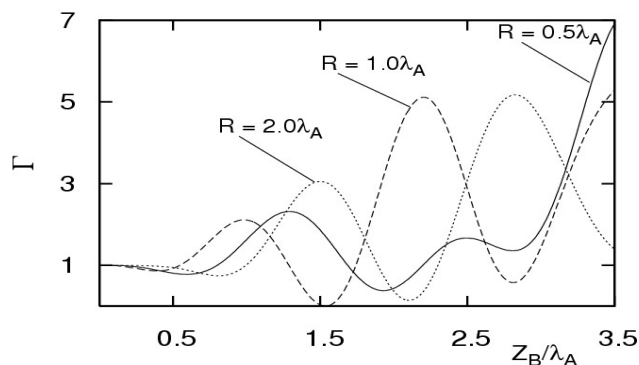
**Hình 1.** Sự thay đổi của tốc độ truyền năng lượng đã chuẩn hóa như là hàm của khoảng cách liên phân tử. Các đường cong tương ứng với các giá trị khác nhau của khoảng cách từ các phân tử tới tâm khối trụ  $R_A = R_B$ . Các thông số khác là  $R = 0.2\lambda_A$ ,  $z_A = 0$ ,  $\varepsilon = 2.0$ .

Hình 1 trình bày tốc độ truyền năng lượng đã chuẩn hóa  $\Gamma$  như hàm của khoảng cách giữa hai phân tử. Ba đường cong khác nhau được vẽ cho ba giá trị khoảng cách từ phân tử tới tâm. Tương ứng với ba giá trị này, khoảng cách từ các phân tử tới bề mặt là  $R_A - R = 0.1\lambda_A$  (đường liền),  $0.2\lambda_A$  (đường gạch),  $0.3\lambda_A$  (đường chấm). Trước tiên ta thấy khi khoảng cách liên phân tử  $z_B$  bé hơn hoặc thậm chí bằng khoảng cách từ phân tử tới bề mặt khối trụ thì  $\Gamma \rightarrow 1$  – tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng tiến về giá trị trong không gian tự do. Nói cách khác, các phân tử không “nhìn thấy” khối trụ. Các mode của trường điện từ là trung gian tương tác giữa hai phân tử. Các mode này có thể chia làm hai loại: mode phi bức xạ (nonradiative) và mode bức xạ (radiative). Mode phi bức xạ có cường độ giảm theo hàm  $e$  mũ khi khoảng cách tăng, vì vậy đóng vai trò quan trọng ở khoảng cách ngắn, trong khi mode bức xạ đóng vai trò chủ đạo ở khoảng cách dài [4]. Điều này giải thích vì sao  $\Gamma \approx 1$  ở khoảng cách ngắn. Khi khoảng cách tăng, ảnh hưởng của khối trụ cũng tăng. Các mode tham gia tương tác liên phân tử giao thoa với nhau dẫn đến sự thay đổi của  $\Gamma$ . Khi giao thoa là triệt tiêu  $\Gamma < 1$ . Từ đồ thị ta có thể thấy tồn tại những khoảng cách khi hiệu ứng truyền năng lượng cộng hưởng bị triệt tiêu gần như hoàn toàn ( $\Gamma \rightarrow 0$ ). Khi giao thoa là tăng cường,  $\Gamma > 1$  và hiệu ứng truyền năng lượng cộng hưởng diễn ra nhanh hơn so với trong không gian tự do. Các đỉnh của  $\Gamma$  tương ứng với trường hợp các phân tử cộng hưởng tốt với các mode dẫn của khối trụ.

Ta có thể hình dung hai phân tử như hai khe trong thí nghiệm Young ngay cả khi ta biết tại thời điểm  $t = 0$ , phân tử nào là phân tử bị kích thích [5]. Hiện tượng giao thoa giữa các mode sóng truyền cũng tồn tại trong không gian tự do. Giao thoa này cùng với giao thoa (đáng kể hơn) do sự tồn tại của khối trụ dẫn đến cấu trúc phức tạp của  $\Gamma$  như ta thấy trong hình vẽ.

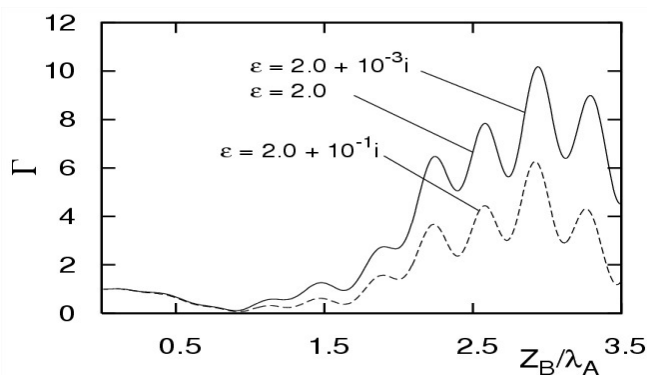
Hình 1 cũng cho thấy  $\Gamma$  có xu hướng tăng (trong khi dao động) khi khoảng cách liên phân tử tăng. Ở khoảng cách cỡ  $3\lambda_A$ ,  $\Gamma$  tăng  $10^1$  lần so với không gian tự do (đường liền). Ở khoảng cách cỡ  $10\lambda_A$ ,  $\Gamma$  tăng  $10^3$  lần (nằm ngoài hình vẽ). Điều này không có nghĩa là giá trị tuyệt đối của tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng có xu hướng tăng tuyệt đối mà là tăng tương đối so với giá trị trong không gian tự do. Kết quả số (không trình bày ở đây) cho thấy các giá trị cực đại  $\Gamma_{\max}$  có thể đạt được khi các phân tử nằm dọc theo trục khối trụ lớn hơn  $\Gamma_{\max}$  có thể đạt được khi các phân tử nằm trong mặt phẳng  $Oxy$ . Đó là do kích thước khối trụ là có giới hạn theo các phương mặt cắt trong khi vô hạn theo phương trục. Tuy nhiên  $\Gamma$  không thể tăng tới vô hạn. Khi khoảng cách giữa các phân tử ngày một lớn, vai trò của hấp thụ của vật chất cũng sẽ tăng lên và làm giảm  $\Gamma$ . Ta sẽ khảo sát ảnh hưởng của hấp thụ vật chất trong phần tiếp theo. Khi khoảng cách phân tử – bề mặt tăng (đường gạch và đường chấm trong hình 1) ảnh hưởng của khối trụ lên  $\Gamma$  giảm, dẫn tới  $\Gamma_{\max}$  giảm và cấu trúc các đỉnh giao thoa không rõ ràng.

Trên hình 2 chúng tôi khảo sát sự phụ thuộc của  $\Gamma$  vào kích thước khối trụ. Như trước, khi khoảng cách liên phân tử nhỏ hơn khoảng cách phân tử – bề mặt, ảnh hưởng của khối trụ lên tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng là không đáng kể. Khi kích thước khối trụ thay đổi, vị trí và cường độ các đỉnh cộng hưởng cũng thay đổi. Điều này có nguyên nhân vật lý tương tự như khi ta thay đổi khoảng cách giữa hai khe trong thí nghiệm Young. Cùng với độ tăng kích thước khối trụ, các “vạch” giao thoa có mật độ dày hơn và độ phân giải tốt hơn.



**Hình 2.** Sự thay đổi của tốc độ truyền năng lượng đã chuẩn hóa như là hàm của khoảng cách liên phân tử. Các đường cong tương ứng với các giá trị khác nhau của bán kính khối trụ  $R$ . Khoảng cách từ phân tử đến bề mặt khối trụ luôn duy trì bằng  $0.5\lambda_A$ . Vẫn như trước  $R_A = R_B$ ,  $z_A = 0$ ,  $\varepsilon = 2.0$ .

Khi khoảng cách liên phân tử thay đổi, tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng trong không gian tự do dao động theo quy luật hàm sin [5]. Thêm vào đó tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng dao động do giao thoa các sóng dẫn, dẫn tới hình dạng đường cong phức tạp như ta thấy trong hình 1 và 2.



**Hình 3.** Sự thay đổi của tốc độ truyền năng lượng đã chuẩn hóa như là hàm của khoảng cách liên phân tử. Các đường cong tương ứng với các giá trị khác nhau của phần ảo của hàm điện môi  $\varepsilon = 2.0 + i\varepsilon''$ . Bán kính khối trụ  $R = 0.2\lambda_A$ , khoảng cách giữa các phân tử và tâm khối trụ  $R_A = R_B = 0.3\lambda_A$ ,  $z_A = 0$ .

Hình 3 thể hiện sự phụ thuộc của tốc độ truyền năng lượng vào độ hấp thụ của vật chất, đặc trưng bằng phần ảo của hằng số điện môi  $\varepsilon = 2.0 + \varepsilon''i$ . Khi thay đổi  $\varepsilon''$  từ 0 đến  $10^{-3}$  đường cong hầu như không đổi ở cách khoảng cách  $z_B$  có giá trị từ 0 tới  $3.5\lambda_A$ . Khi  $\varepsilon''$  tăng tới  $\varepsilon'' = 10^{-1}$  (đường nét gạch) sự thay đổi trở nên rõ ràng. Ảnh hưởng của sự hấp thụ vật chất đáng kể hơn ở khoảng cách xa hơn so với khoảng cách gần. Ví dụ cho hai giá trị  $\varepsilon'' = 0$  và  $\varepsilon'' = 10^{-3}$ , ở khoảng cách  $3.5\lambda_A$ , sai khác giữa hai đường cong là 0.093%, ở khoảng cách  $10\lambda_A$  sai khác là 0.097%. Ở các khoảng cách  $10\lambda_A$  và lớn hơn, sai khác giữa hai đường cong có thể phân biệt bằng mắt thường ở tỉ lệ hình vẽ. Như vậy  $\Gamma$  không thể tăng liên tục khi khoảng cách tăng, mà sớm muộn sẽ giảm do ảnh hưởng của sự hấp thụ vật chất. Ta cũng có thể thấy tăng hấp thụ vật chất có xu hướng làm giảm tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng nhưng không làm thay đổi đáng kể vị trí các đỉnh của  $\Gamma$  (đường gạch). Chú ý rằng các giá trị  $\varepsilon'' = 10^{-3}$  và  $10^{-1}$  sử dụng trong hình vẽ là tương đối lớn so với các vật liệu điện môi thông dụng như silicon.

#### 4. Kết luận

Trong bài báo này chúng tôi đã nghiên cứu hiệu ứng truyền năng lượng cộng hưởng giữa hai phân tử đặt gần một khối trụ điện môi, tập trung vào trường hợp các phân tử nằm trên một đường thẳng song song với trục hình trụ. Khối trụ có thể giúp tăng tốc độ truyền năng lượng giữa phân tử cho và phân tử nhận lên nhiều bậc. Ngược lại, sự hiện diện của khối trụ cũng có thể ức chế hoàn toàn hiện tượng truyền năng lượng cộng hưởng tại khoảng cách phù hợp do giao thoa triệt tiêu. Chúng tôi đã chỉ ra một cách định lượng các vùng giá trị của  $\varepsilon''$ , tại đó hấp thụ vật chất có thể ảnh hưởng đáng kể tới tốc độ truyền năng lượng cộng hưởng. Việc tính đến hấp thụ vật chất giúp bài toán trở nên thực tế và đặc biệt quan trọng ở các khoảng cách xa. Các tính toán ở đây có thể mở rộng cho các hướng khác của mômen lưỡng cực phân tử, hay cho các hệ đối xứng trụ nhiều hơn hai lớp.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Trần Minh Hiền, Nguyễn Dũng Chinh, Hồ Trung Dũng, “Kỹ thuật tính số cho các tensor Green của hệ quang học cấu trúc hình trụ”, *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm TP HCM*, 5(70), tr. 45-54.
2. Edited by Andrews D. L. and Demidov A. A. (1999), *Resonant Energy transfer*, Wiley, New York.
3. Craig D. P. and T. Thirunamachandran (1992), “An analysis of models for resonant transfer of excitation using quantum electrodynamics”, *Chem. Phys.* 167, 229.
4. Le Kien F., Gupta S. D., Nayak K. P. and Hakuta K. (2005), “Nanofiber-mediated radiative transfer between two distant atoms”, *Phys. Rev. A* 72, (063815).
5. Ho Trung Dung and K. Ujihara (2000), “Collective Effects in the Self-Interference of a Single Photon Emitted by Two Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* 84, 254.
6. Ho Trung Dung, Knöll L. and Welsch D.-G. (2002), Intermolecular energy transfer in the presence of dispersing and absorbing media, *Phys. Rev. A* 65, (043813).
7. Li L.W., Leong M.S., Yeo T.S., and Kooi P.S. (2000), “Electromagnetic dyadic Green’s functions in spectral domain for multilayered cylinders”, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 14, tr. 961-985.
8. Marocico C. A. and Knoester J. (2009), Intermolecular resonance energy transfer in the presence of a dielectric cylinder, *Phys. Rev. A* 79, (053816).

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 24-3-2015; ngày phản biện đánh giá: 09-4-2015;  
ngày chấp nhận đăng: 24-9-2015)