

## TÍNH TOÁN ĐẠI SỐ TRONG DẠY HỌC HÀM SỐ Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

TRỊNH DUY TRỌNG\*

### TÓM TẮT

Bài báo này trình bày hai hình thái của tính toán đại số (hình thái hình thức và hình thái hoạt động) và sự xuất hiện của chúng trong chương trình, sách giáo khoa toán phổ thông. Sau đó, bài báo đi vào phân tích vai trò, ý nghĩa của tính toán đại số trong việc nghiên cứu các vấn đề về hàm số trong thể chế dạy học toán ở trường phổ thông.

**Từ khóa:** tính toán đại số, hàm số, dạy học toán.

### ABSTRACT

#### *Algebraic calculations in teaching functions at high schools*

*This paper presents two aspects of algebraic calculations (formal aspect and functional aspect) and their parts in the mathematics program and textbooks. Then, the role and meaning of algebraic calculations in the study of the problems of functions in mathematics teaching practice at high schools are analyzed.*

**Keywords:** algebraic calculations function, teaching mathematic.

### 1. Mở đầu

Thuật ngữ *tính toán đại số* được dùng để chỉ những tính toán trên các biểu thức đại số.

Theo [4], bước chuyển từ tính toán số sang tính toán đại số thực sự là một cuộc cách mạng. Việc xác định một đại lượng chưa biết, thay đổi, chưa xác định bởi một chữ và đưa các chữ này vào các tính toán tương tự như các đại lượng đã biết làm tăng khả năng của tính toán, nhưng cũng gây ra nhiều khó khăn, chướng ngại cho học sinh (HS) khi chiếm lĩnh các tính toán này.

Thật vậy, phương pháp đại số buộc HS phải xem lại một cách sâu sắc những chiến lược tính toán của mình. Trong số học, nó phát triển từ cái đã biết đến cái chưa biết bằng cách tạo ra dần dần những kết quả trung gian. Còn trong đại số, phải thiết lập mối liên hệ giữa cái đã biết và cái chưa biết, sau đó tính toán trên những mối liên hệ này đến khi nhận được kết quả cần tìm. Chính sự đảo ngược về tư tưởng này khiến việc giảng dạy thường gặp phải khó khăn.

---

\* ThS, Trường THPT Nguyễn Hữu Cảnh, TPHCM; Email: [duytrongtc@yahoo.com](mailto:duytrongtc@yahoo.com)

Bên cạnh đó, cách thức điều khiển tính toán từ tính toán số sang tính toán đại số cũng thay đổi. Nếu như các tính toán số nhắm đến việc tìm ra giá trị số của một biểu thức số, thì tính toán đại số lại nhắm đến một kết quả tổng quát cho tất cả những biểu thức đạt được bằng cách gán giá trị cụ thể cho các chữ có mặt trong biểu thức. Trong trường hợp này, tính thỏa đáng của kết quả do nhiệm vụ cần giải quyết quy định, bởi ở đây tính toán không phải là mục đích mà là công cụ. Nói cách khác, tính toán đại số được điều khiển bởi ý nghĩa của tình huống. Sức mạnh của nó thể hiện ở khả năng thoát khỏi nghĩa “bên ngoài” và các biến đổi được thực hiện trên những quy tắc rõ ràng. Điều này tạo ra một sự điều khiển tính toán khác, làm tác động đến nghĩa bên trong của các biểu thức. Chúng tôi sẽ làm rõ hơn vấn đề này ở các phần sau.

Trong chương trình phổ thông, *hàm số* là một trong những đối tượng có vai trò quan trọng được đề cập ở mọi cấp học (ngầm ẩn hoặc tường minh). Một trong những cách phổ biến để biểu thị một hàm số là sử dụng biểu thức giải tích. Nghiên cứu hàm số qua biểu thức giải tích biểu diễn nó là một phương pháp mang lại nhiều hiệu quả. Khi đó các tính toán đại số được sử dụng như một công cụ để giải toán và điều này cho phép mang lại nghĩa của tính toán đại số.

Vậy tính toán đại số hiện diện ra sao trong thực tế dạy học ở trường phổ thông Việt Nam? Các tính toán đại số được sử dụng như thế nào trong việc nghiên cứu hàm số? Nghĩa của tính toán đại số có được thể hiện thông qua việc nghiên cứu hàm số hay không?

## 2. Tính toán đại số: hình thái hình thức và hình thái hoạt động

Trong [5], tác giả Yves Chevallard đã cho thấy vai trò của các cách biểu diễn khác nhau của cùng một biểu thức đại số. Chẳng hạn, khi nghiên cứu hàm số xác định

$$\text{bởi biểu thức } f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}:$$

- Việc phân tích mẫu số  $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$  (có thể thông qua giải phương trình bậc hai tương ứng) là cần thiết để xác định tập xác định của hàm số.

$$\frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$$

- Bằng cách viết biểu thức  $f(x)$  ở dạng  $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$  ta xác định được ngay giới hạn của hàm số khi  $x$  tiến đến  $2^+$  và  $2^-$ .

- Trong khi đó, biểu thức  $f(x)$  viết ở dạng  $f(x) = x + 6 + \frac{22x - 36}{x^2 - 5x + 6}$  sẽ phù hợp với việc xác định tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

• Nhưng để tìm nguyên hàm của hàm số thì dừng tại đó là chưa đủ mà phải tiếp tục biến đổi  $\frac{22x-36}{x^2-5x+6} = \frac{-8}{x-2} + \frac{30}{x-3}$  để có  $f(x) = x + 6 + \frac{-8}{x-2} + \frac{30}{x-3}$ .

Như vậy, mỗi dạng biểu diễn của biểu thức  $f(x)$  được sử dụng để nghiên cứu một vấn đề khác nhau của hàm số xác định bởi  $f(x)$ . Sự lựa chọn dạng biểu diễn phù hợp sẽ tạo thuận lợi cho việc nghiên cứu các vấn đề của hàm số. Ở đây, các tính toán đại số đã được sử dụng để đưa biểu thức  $f(x)$  về dạng được xem là phù hợp. Lựa chọn các tính toán đại số cần thực hiện như thế nào là hoàn toàn do yêu cầu nội tại của nhiệm vụ đang giải quyết quy định chứ không phải do những yêu cầu, những chỉ dẫn cho trước.

Tiếp tục đi sâu nghiên cứu vấn đề này, Chevallard đã đề cập đến hai mặt hình thức và hoạt động (hình thái hình thức và hình thái hoạt động) của tính toán đại số. Tác giả phân biệt sự khác nhau giữa hai hình thái này như sau:

+ *Tính toán hình thức* là tính toán mà HS thực hiện một cách rất bình thường để đáp ứng một trong những chỉ dẫn, yêu cầu cổ điển của tính toán như thực hiện phép tính, rút gọn, phân tích thành nhân tử, khai triển,... Đó là những thao tác biến đổi các biểu thức đại số không nhằm mục đích gì ngoài việc tính toán đại số. Tác giả đã đưa ra ví dụ sau để làm rõ quan điểm của mình:

“Tính biểu thức:  $(2a + 1) + (2a + 3)$ ”.

Câu trả lời mong đợi là câu trả lời nảy sinh qua giảng dạy, được tạo thành từ kết quả sau:

$$(2a + 1) + (2a + 3) = \dots = 4a + 4$$

Một trong những dấu hiệu hình thức ở đây là tiêu chí để kết thúc phép tính: tại sao coi tính toán là trọn vẹn khi nhận được biểu thức  $4a + 4$ ? Tại sao người ta không thực hiện tiếp để viết như sau:

$$(2a + 1) + (2a + 3) = \dots = 4a + 4 = 4(a + 1)$$

Trong trường hợp dạng của kết quả tính toán không đáp ứng bất cứ yêu cầu nào ngoài tính toán, với tư cách tính toán hình thức, việc kết thúc được xác định bởi “quy tắc hướng dẫn tính toán đại số” thuyết phục rằng  $4a + 4$  là dạng “đẹp” trong số tất cả các dạng.

+ Nhiều cái sẽ thay đổi nếu tính toán trên xuất hiện như “*hoạt động*”, tức là xuất hiện ở một thời điểm trong lời giải của bài toán mà yêu cầu không chỉ đơn thuần là tính toán.

Chẳng hạn, xét bài toán “Chứng minh rằng: tổng của 2 số nguyên lẻ liên tiếp là bội của 4”.

Thực hiện các thao tác biến đổi, các tính toán đại số trên biểu thức  $(2a + 1) + (2a + 3)$  có thể mang lại câu trả lời cho câu hỏi trên. Nhưng ở đây, việc kết thúc tính toán ở giai đoạn nào được xác định bởi bài toán mà người ta cố gắng giải quyết, nó nằm ngoài việc tính toán. Dạng  $4a + 4$  không được xem như một dạng tối ưu nữa mà dạng  $4(a + 1)$  mới là hợp thức.

Như vậy, chính mặt “*hoạt động*” của tính toán đại số và việc sử dụng nó như một công cụ để giải toán cho phép mang lại nghĩa của tính toán đại số.

### 3. Tính toán đại số trong chương trình, sách giáo khoa Toán phổ thông

Kết quả phân tích chương trình, SGK Toán THCS hiện hành [3] cho chúng tôi thấy rằng:

Ở cấp THCS, các tính toán đại số được giới thiệu tương đối đầy đủ. Nó cũng được đề cập đến ở cả hai hình thái như sự phân biệt của Chevallard: hình thái hình thức và hình thái hoạt động.

- Trong giai đoạn đầu, chương trình dành trọng tâm cho việc xây dựng các quy tắc tính toán trên các biểu thức đại số nên yêu cầu đưa ra là HS thực hiện được các tính toán đại số ở hình thái hình thức: *biết cộng, trừ đa thức, thực hành tốt các quy tắc nhân đơn thức với đa thức, nhân đa thức với đa thức, vận dụng được các phương pháp thông dụng để phân tích đa thức thành nhân tử,...* Các tính toán và biến đổi ở giai đoạn này được thực hiện theo những yêu cầu nêu rõ, đã được chuẩn hóa, như “thực hiện phép tính”, “rút gọn biểu thức”, “phân tích biểu thức thành nhân tử”,...

Chúng ta hãy xét hoạt động H2, trang 22 SGK Toán 8 [1]:

“*Khi thảo luận nhóm, một bạn ra đề: Hãy phân tích đa thức  $x^4 - 9x^3 + x^2 - 9x$  thành nhân tử.*”

*Bạn Thái làm như sau:*

$$x^4 - 9x^3 + x^2 - 9x = x(x^3 - 9x^2 + x - 9)$$

*Bạn Hà làm như sau:*

$$\begin{aligned} x^4 - 9x^3 + x^2 - 9x &= (x^4 - 9x^3) + (x^2 - 9x) \\ &= x^3(x - 9) + x(x - 9) \\ &= (x - 9)(x^3 + x) \end{aligned}$$

*Bạn An làm như sau:  $x^4 - 9x^3 + x^2 - 9x = (x^4 + x^2) - (9x^3 + 9x)$*

$$\begin{aligned} &= x^2(x^2 + 1) - 9x(x^2 + 1) \\ &= (x^2 + 1)(x^2 - 9x) \\ &= x(x - 9)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

*Hãy nêu ý kiến của em về lời giải của các bạn.*

Và câu trả lời trong trang 28, SGK Toán 8 [2] như sau: “*Bạn An làm đúng, bạn Thái và bạn Hà cũng làm đúng nhưng chưa phân tích hết vì có thể phân tích tiếp được. Với cách làm của bạn Thái và bạn Hà HS có thể phân tích tiếp để có kết quả cuối cùng như kết quả của bạn An*”.

Tại sao Thái và Hà cũng làm đúng nhưng kết quả của An mới được coi là *kết quả cuối cùng*? Tiêu chí nào cho phép kết thúc việc phân tích đa thức trên thành nhân tử ở *kết quả cuối cùng* này và nó phục vụ mục đích gì? Điều này cho thấy, việc phân tích một đa thức thành nhân tử ở đây rất hình thức, nó không có mục đích gì khác ngoài tính toán. Việc kết thúc quá trình phân tích không phụ thuộc vào nội tại của bài toán mà dường như nó phụ thuộc vào “quy tắc ngầm ẩn” giữa giáo viên và HS (kết quả là biểu thức không thể phân tích tiếp được).

- Sau đó, trong một chừng mực nhất định, chương trình cũng đã yêu cầu HS thực hiện được các tính toán đại số mang hình thái hoạt động khi họ phải làm việc với các dạng phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn, phương trình bậc hai một ẩn hay giải quyết những bài toán như Bài 52, trang 24 SGK Toán 8 [1]:

*“Chứng minh rằng  $(5n + 2)^2 - 4$  chia hết cho 5 với mọi số nguyên  $n$ ”.*

Ở bài toán này, tuy không yêu cầu thực hiện các phép toán, không yêu cầu phân tích đa thức thành nhân tử nhưng để giải quyết được yêu cầu của bài toán đòi hỏi phải thực hiện những biến đổi phù hợp:

$$(5n + 2)^2 - 4 = (5n + 2)^2 - 2^2 = (5n + 2 - 2)(5n + 2 + 2) = 5n(5n + 4)$$

hay

$$(5n + 2)^2 - 4 = 25n^2 + 20n + 4 - 4 = 25n^2 + 20n = 5(5n^2 + 4n)$$

Việc sử dụng hằng đẳng thức cũng như việc nhân tử hóa trong trường hợp này là có mục đích rõ ràng, các tính toán đại số được thực hiện do tình huống bài toán quy định chứ không phải thực hiện theo một chỉ dẫn, yêu cầu cho trước. Nói cách khác, các tính toán đại số thực hiện trong việc giải quyết bài toán này mang hình thái hoạt động. Chính những kiểu nhiệm vụ này sẽ cho thấy được nghĩa của tính toán đại số cũng như các biến đổi đại số.

Tuy nhiên, tổng kết số lượng bài tập trong SGK Toán THCS, chúng tôi nhận thấy số lượng bài toán sử dụng tính toán đại số mang hình thái hoạt động rất ít. Các loại bài tập sử dụng tính toán đại số ở hình thái hình thức hoàn toàn áp đảo.

#### **4. Mối liên hệ giữa tính toán đại số và hàm số**

Ta biết rằng có ít nhất bốn cách để biểu thị một hàm số: lời, bảng, đồ thị và biểu thức giải tích. Hai cách biểu diễn đầu tiên đã có từ thuở ban đầu của lịch sử toán học,

khi người ta quan tâm đến sự phụ thuộc lẫn nhau giữa các đại lượng biến thiên. Nhưng chính cách biểu diễn cuối cùng mới mang lại nhiều thuận lợi cho việc nghiên cứu hàm số. Trong lịch sử toán học, nó chỉ xuất hiện sau khi hệ thống kí hiệu của đại số ra đời. Sự hình thành nên hệ thống kí hiệu này giúp cho việc giải quyết các vấn đề của toán học trở nên dễ dàng hơn nhiều so với việc sử dụng các hệ thống biểu đạt đã tồn tại trước đó.

Sức mạnh của hệ thống biểu đạt của đại số đã khiến Descartes và Fermat tìm cách “du nhập” nó vào hình học và từ đó xây dựng nên ngành Hình học Giải tích. Cũng chính nhờ hệ thống biểu đạt này mà Giải tích – ngành toán học có hàm số là đối tượng nghiên cứu cơ bản – phát triển nhanh chóng.

Như vậy, nghiên cứu hàm số qua biểu thức giải tích biểu diễn nó là một phương pháp mang lại nhiều hiệu quả. Có lẽ đó chính là nguyên nhân khiến cho ở Việt Nam sự lựa chọn truyền thống của các chương trình là ưu tiên xem xét hàm số được biểu diễn bằng biểu thức giải tích.

Nghiên cứu hàm số biểu diễn ở dạng này bắt buộc người ta phải thao tác trên các biểu thức, phải thực hiện các tính toán đại số. Việc khai thác, sử dụng các tính toán đại số khi nghiên cứu hàm số sẽ giúp cho HS hiểu được nghĩa của các tính toán đại số. Tuy nhiên, điều này được cụ thể hóa trong các thể chế dạy học như thế nào?

### 3.1. Tính toán đại số và hàm số trong thể chế dạy học Toán ở Pháp

Khi nghiên cứu vị trí, vai trò của tính toán đại số trong chương trình Toán THPT ở Pháp, tác giả Claude Riquet [6] đã chỉ ra rằng:

*“Tính toán số và tính toán đại số không hệ thống thành một chương mà nó được tìm thấy qua nhiều chương khác nhau. Đặc biệt, nó được trình bày trong mối quan hệ hẹp với việc nghiên cứu hàm số. Giống như hình học, các hoạt động tính toán phải là cơ hội để phát triển suy luận và chứng minh”.*

Cụ thể, tác giả đã nêu những mức độ cần đạt của chương trình thể hiện mối quan hệ giữa tính toán đại số và nghiên cứu hàm số như sau:

| Nội dung                                     | Mức độ cần đạt   | Ghi chú |
|--|--|---------|
| Hàm số                                       | - Xác định biến và TXĐ của một hàm số xác định bởi đường cong, bảng giá trị hay biểu thức.<br>Xác định ảnh của một số. |         |
| Nghiên cứu định tính hàm số.<br>Hàm số tăng, |  |         |

|   |   |   |
|---|---|---|
| <p><i>hàm số giảm, giá trị lớn nhất – nhỏ nhất trên một khoảng.</i></p> |   |   |
| <p><i>Hàm số và biểu thức đại số</i></p>                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nhận biết dạng của một biểu thức đại số.</li> <li>- Nhận biết những cách viết khác nhau của cùng một biểu thức đại số và chọn ra dạng phù hợp nhất với công việc yêu cầu (dạng rút gọn, nhân tử hóa, ...)</li> <li>- Biến đổi, khai triển, rút gọn một biểu thức theo mục đích mong muốn.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Những hoạt động tính toán phải là cơ hội để suy luận và chứng minh. Người ta tránh những hoạt động quá máy móc và cố gắng phát triển những chiến lược dựa trên quan sát, dự đoán và hiểu biết về tính toán.</li> <li>- Những hoạt động gắn với hàm số, phương trình và bất phương trình làm nổi bật thông tin được cho bởi một biểu thức và thúc đẩy việc tìm kiếm một cách viết phù hợp.</li> </ul> |

Sau khi phân tích chương trình và tài liệu kèm theo chương trình tác giả đã kết luận:

“Qua phân tích, chúng ta thấy chương trình nhấn mạnh mặt hoạt động của tính toán đại số qua nhiều nội dung khác nhau, điều này thể hiện ở việc sử dụng các thuật ngữ “biến đổi một biểu thức đại số”, “thông tin được cho bởi một biểu thức”, “tìm một cách viết phù hợp”,.... Ở đây, những chỉ dẫn (yêu cầu) không còn chuẩn mực nữa, và việc thao tác trên những biểu thức đại số là không đủ, nó là một công cụ để giải quyết các bài toán”.

Như vậy, chương trình của Pháp không những đề cập một cách tường minh mà còn nhấn mạnh vai trò của tính toán đại số, cụ thể là các tính toán đại số ở hình thái hoạt động trong nghiên cứu hàm số.

### **3.2. Tính toán đại số và hàm số trong thể chế dạy học Toán ở Việt Nam**

Nhằm làm rõ vai trò của tính toán đại số khi nghiên cứu hàm số (chủ yếu là các hàm số cho bằng biểu thức giải tích), đặc biệt là vai trò đó thay đổi như thế nào khi phương pháp nghiên cứu chuyển từ sơ cấp sang cao cấp, chúng tôi đã tiến hành phân tích chương trình môn Toán cấp THPT và hai bộ sách Đại số 10 nâng cao và Giải tích 12 nâng cao hiện hành [3]. Kết quả cho thấy:

+ Cả chương trình và SGK đều không cho biết (ngầm ẩn hoặc tường minh) giữa tính toán đại số và đối tượng hàm số có mối liên hệ nào với nhau hay không. Tuy nhiên, trong việc nghiên cứu hàm số và các vấn đề của nó vẫn rất cần đến các tính toán đại số. Từ khi sử dụng phương pháp sơ cấp đến phương pháp cao cấp (sử dụng công cụ đạo hàm) để nghiên cứu các vấn đề của hàm số, tính toán đại số luôn thể hiện vai trò quan trọng của mình. Bằng cách chọn lựa và thực hiện các tính toán đại số một cách thích hợp, các vấn đề của hàm số sẽ được giải quyết hoặc chí ít là cũng được giải quyết nhanh hơn, thuận tiện hơn.

+ Trong quá trình nghiên cứu các vấn đề của hàm số, việc chọn lựa và thực hiện các tính toán đại số như thế nào là do yêu cầu nội tại của nhiệm vụ đang thực hiện quy định chứ không được thực hiện theo một chỉ dẫn hay yêu cầu cho trước. Nói cách khác, các tính toán đại số được sử dụng đều mang hình thái hoạt động.

+ Tuy nhiên, kết quả phân tích cho thấy thể chế phần nào luôn muốn hạn chế chọn lựa và thực hiện các tính toán đại số, đặc biệt là các tính toán đại số “phức tạp”, trong khi nghiên cứu các vấn đề của hàm số.

Như vậy, trong mục đích yêu cầu của chương trình không hề nêu mối liên hệ, cũng như vai trò của tính toán đại số; còn SGK luôn hạn chế chọn lựa và thực hiện các tính toán đại số trong việc nghiên cứu các vấn đề của hàm số. Những lựa chọn này làm chúng tôi nghi ngờ sự tồn tại nơi HS nghĩa của tính toán đại số. Khi đối diện với những tình huống buộc phải tự chọn lựa và thực hiện các tính toán đại số mới giải quyết được các vấn đề đặt ra liệu HS có thể thành công?

+ Hơn nữa, tuy hầu hết các hàm số trong SGK được cho bằng biểu thức giải tích  $y=f(x)$  nhưng các biểu thức  $f(x)$  đều được cho ở dạng chính tắc, tối giản. Các kĩ thuật giải quyết các nhiệm vụ đặt ra khi nghiên cứu các vấn đề của hàm số luôn được algorithm hóa. Trong các quy trình, thuật toán đó ít khi quan tâm, xem xét hay biến đổi biểu thức  $f(x)$  để trực tiếp giải quyết hoặc tạo điều kiện thuận lợi cho việc giải quyết các nhiệm vụ đề ra. Khi gặp những hàm số mà biểu thức  $f(x)$  không được cho ở dạng chính tắc, tối giản HS có biết sử dụng các tính toán đại số biến đổi  $f(x)$  để tạo thuận lợi cho việc nghiên cứu (thậm chí mới có thể nghiên cứu được) các vấn đề của hàm số?

+ Một vấn đề nữa chúng tôi nhận thấy, khi cho các hàm số bằng biểu thức giải tích thì các biểu thức  $f(x)$  luôn được cho trước (hoặc có hướng dẫn cách thành lập biểu thức) và các vấn đề của hàm số cần nghiên cứu cũng đều được nêu tường minh. Vậy, liệu HS có thể giải quyết được những kiểu nhiệm vụ mà tự họ phải thành lập các biểu thức xác định hàm số và chọn lựa vấn đề của hàm số để nghiên cứu?



#### 4. Kết luận

Tính toán đại số là một nội dung trọng tâm trong chương trình Toán cấp THCS. Hai hình thái của tính toán đại số đều xuất hiện trong chương trình, sách giáo khoa cấp THCS nhưng hình thái hoạt động hoàn toàn mờ nhạt so với hình thái hình thức. Tính toán đại số có vai trò quan trọng trong việc nghiên cứu các vấn đề của hàm số, khi đó nó mang hình thái hoạt động. Tuy nhiên, sự lựa chọn của thể chế dạy học Việt Nam làm chúng tôi nghi ngờ sự tồn tại nghĩa của tính toán đại số nơi HS. Vì vậy, việc tiến hành một thực nghiệm trên thực tế dạy học ở Việt Nam để kiểm chứng sự tồn tại và giúp HS thấy rõ được nghĩa của tính toán đại số là thật sự cần thiết.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Phan Đức Chính (2008), *Toán 8*, Tập 1, Nxb giáo dục.
2. Phan Đức Chính (2008), *Toán 8*, – Sách giáo viên – Tập 1, Nxb giáo dục.
3. Trịnh Duy Trọng (2009), *Cuộc sống ngầm ẩn của tính toán đại số trong dạy học hàm số ở trường phổ thông*, Luận văn Thạc sĩ Giáo dục học, Đại học Sư phạm TPHCM.
4. “*Commission de réflexion sur l’enseignement des mathématiques*”, rapport d’étape sur le calcul, Grenoble.
5. Chevallard Y. (1989), *Le passage de l’arithmétique à l’algèbre dans l’enseignement des mathématiques au collège*, Petit x, n<sup>o</sup> 19, pp. 43 – 72.
6. Riquet C. (2004), *Un aspect fonctionnel du calcul algébrique en classe de 2<sup>nde</sup>*, Mémoire professionnel de mathématiques.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 15-8-2016; ngày phản biện đánh giá: 15-9-2016;  
ngày chấp nhận đăng: 21-10-2016)