# PHẢN ÁNH CỦA SUY LUẬN NGOẠI SUY VÀ QUY NẠP QUA THAO TÁC KÉO RÊ TRONG MÔI TRƯỜNG HÌNH HỌC ĐỘNG

TRƯƠNG THỊ KHÁNH PHƯƠNG*

**TÓM TẮT**

*Nghiên cứu này tập trung vào quá trình khám phá toán trong môi trường hình học động, qua đó chỉ ra sự khác biệt giữa việc tiến hành suy luận ngoại suy và quy nạp trong môi trường hình học động so với môi trường giấy bút. Đặc biệt, nghiên cứu đề xuất một tiến trình sử dụng các phương thức kéo rê khác nhau kết hợp với suy luận ngoại suy và quy nạp để đưa ra dự đoán trong khám phá các bài toán hình học kết thúc mở.*

***Từ khóa*:** suy luận ngoại suy, suy luận quy nạp, bài toán kết thúc mở, thao tác kéo rê, môi trường hình học động.

**ABSTRACT**

***The reflection of abductive and inductive reasoning through dragging manipulationin the dynamic geometry environment***

*This research focuses on exploring mathematics in the dynamic geometry environment, then showing the differences between using abductive and inductive reasoning in the dynamic geometry environment and in the paper – pencil one. Especially, the author proposes a procedure of using the different ways of dragging combining with abductive and inductive reasoning to conjecture in exploring open-ended geometric problems.*

***Key words*:** abductive reasoning, inductive reasoning, open-ended problems, dragging manipulation, dynamic geometry environment.

## 1. Giới thiệu

Tạo điều kiện để học sinh tương tác trực tiếp với môi trường hình học động nhằm kiến tạo tri thức là một chủ đề đang dành được sự quan tâm chú ý trong giáo dục toán hiện nay. Đóng góp chính mà phần mềm hình học động như Cabri, The Geometer' s Sketchpad (GSP) mang lại cho quá trình khám phá các bài toán kết thúc mở là cung cấp những phản hồi trực quan một cách nhanh chóng và chính xác, làm cơ sở để học sinh đưa ra các dự đoán dựa trên suy luận ngoại suy và quy nạp. Các phản hồi thu nhận được chủ yếu từ các thao tác kéo rê mà học sinh thực hiện lên các đối tượng có trên màn hình. Vào những năm cuối thập niên 90, Arzarello cùng với các cộng sự đã tiến hành nghiên cứu và phân loại tập hợp các phương thức kéo rê khác nhau được học sinh sử dụng trong suốt quá trình giải quyết các vấn đề hình học trên Cabri (Arzarello et al., 2002, [1]).

Trên cơ sở đó, nghiên cứu này được thực hiện nhằm tìm hiểu mối liên hệ giữa việc tiến hành các phương thức kéo rê trong GSP với suy luận ngoại suy và quy nạp để đưa ra dự đoán trong các bài toán hình học kết thúc mở. Các câu hỏi sau

* ThS, Trường Y Dược, Đại học Huế

đây xuất hiện trong quá trình nghiên cứu và cần được làm rõ:

1. Thế nào là khám phá các bài toán hình học kết thúc mở?
2. Việc tiến hành suy luận ngoại suy và quy nạp trong môi trường hình học động có gì khác so với môi trường giấy bút?
3. Suy luận ngoại suy và quy nạp để đưa ra dự đoán trong khám phá các bài toán kết thúc mở được phản ánh như thế nào qua cách học sinh sử dụng các phương thức kéo rê khác nhau trong môi trường hình học động GSP?

## 2. Khám phá các bài toán hình học kết thúc mở

Các bài toán hình học kết thúc mở có thể được nhận ra bởi một vài đặc điểm sau (Mogetta et al., 1999, pp. 91-92, [3]):

- Phát biểu cho bài toán thường chỉ là những mô tả rất ngắn gọn về các bước dựng hình theo trình tự và không đề nghị bất cứ một phương pháp giải cụ thể nào.
- Khác với dạng câu hỏi đóng truyền thống như "chứng minh rằng… ", các bài toán kết thúc mở thường yêu cầu học sinh tự đề xuất các phát biểu về mối quan hệ bất biến giữa các đối tượng có trong hình hay các tính chất của hình.
- Các câu hỏi của bài toán thường được diễn đạt dưới dạng: "Em tìm thấy mối quan hệ nào giữa… ", "Trong điều kiện nào thì… "

Chú ý rằng các mối quan hệ bất biến trong một bài toán hình học có thể được phân thành hai loại: thứ nhất là các mối quan hệ được khẳng định ngay từ đầu nhờ phép dựng hình, thứ hai là các mối quan hệ được suy ra từ các quan hệ đã có trước đó như một hệ quả trong hình học Euclide. Kết quả của quá trình khám phá các bài toán hình học kết thúc mở thường là giả thuyết về các mối quan hệ bất biến ở dạng thứ hai này, bao gồm cả việc xác định trong điều kiện nào thì xảy ra các bất biến đó.

Như vậy, làm việc với bài toán hình học kết thúc mở tạo cơ hội cho học sinh được tự do khám phá và suy luận để đưa ra các giả thuyết và đánh giá chúng, giống như cách mà các nhà toán học vẫn thường làm để tìm kiếm các kết quả mới. Suy luận suy diễn là cần thiết để chứng minh một kết quả đã được thiết lập sẵn, đặc biệt là trong các bài toán hình học truyền thống. Tuy nhiên, việc sử dụng suy luận ngoại suy và quy nạp sẽ trở nên quan trọng hơn nhiều lần đối với một bài toán hình học kết thúc mở, để có thể đưa ra các giả thuyết cho một vấn đề nào đó trước khi chứng minh chúng.

## 3. Suy luận ngoại suy và quy nạp trong khám phá toán ở môi trường hình học động

### *3.1. Suy luận ngoại suy*

Ngoại suy là tiến trình suy ra những sự kiện/quy tắc và các giả thuyết để làm cho một vấn đề nào đó trở nên có lí, để khám phá và giải thích một hiện tượng/quan sát (Magnani, 2001, pp. 17-18, [2]).

Trong khi suy luận quy nạp khám phá ra các quy luật, các khuynh hướng thì ngoại suy khám phá ra các sự kiện mới mà kết quả của nó thường không được biết trước một cách trực tiếp và đôi khi bị che dấu dưới một hình thức nào đó. Chẳng hạn một vài tính chất hình học có

thể không được phát hiện khi quan sát hình vẽ ở dạng tĩnh, nhưng nó lại xuất hiện dưới dạng các bất biến khi cho các đối tượng di chuyển. Điều này cho thấy những thao tác lên đối tượng khảo sát có một ý nghĩa quan trọng trong quá trình suy luận ngoại suy. Khái niệm *ngoại suy thao tác* xuất hiện và bao quát một phần rộng lớn các phát hiện khoa học nơi mà vai trò của hoạt động là trung tâm và đặc trưng của những hoạt động này đôi khi nằm ở dạng ẩn tàng và khó lí giải: hoạt động có thể cung cấp những thông tin cho phép nhà nghiên cứu giải quyết vấn đề bằng cách thực hiện một tiến trình ngoại suy phù hợp để xây dựng hoặc chọn giả thuyết.

Việc vẽ thêm các đường phụ để giải quyết bài toán hình học hay đưa ra quy trình cần thực hiện cho một bài toán dựng hình đều là những thể hiện cụ thể của ngoại suy thao tác, trong bối cảnh hình học. Đặc biệt, trong môi trường hình học động GSP, những phản hồi thu được trên màn hình thông qua các thao tác kéo rê cho phép học sinh nhận ra "sự chuyển động của các đối tượng hình học khác nhau là phụ thuộc lẫn nhau", tương ứng với sự phụ thuộc được diễn tả về mặt logic theo ngôn ngữ hình học (Mariotti, 2002, pp. 716, [4]). Đây được xem là chìa khóa chính để phát triển các giả thuyết về mối quan hệ phụ thuộc lẫn nhau giữa các yếu tố xuất hiện trong hình. Và tất nhiên, những suy luận ngoại suy gắn liền với quá trình này chủ yếu là ngoại suy thao tác.

### *3.2. Suy luận quy nạp*

Suy luận quy nạp là quá trình suy luận nhằm đưa ra một kết quả tổng quát từ hữu hạn các kết quả tương tự có được với các trường hợp đặc biệt (Phương, 2009, [6]). Trong quá trình khám phá các bài toán hình học kết thúc mở, suy luận quy nạp giúp học sinh đề xuất giả thuyết về tính chất bất biến của hình trong trường hợp tổng quát từ kết quả khảo sát các trường hợp riêng, dự đoán quỹ tích hình học dựa trên một số trường hợp cụ thể, hay phát triển thành quy luật cho một lớp các đối tượng hình học tương tự nhau (tam giác, tứ giác...). Chẳng hạn như định lí Euler về số đỉnh, số mặt và số cạnh của một khối đa diện đều là một quy luật hình học được tổng quát hóa nhờ suy luận quy nạp. Suy luận quy nạp còn hỗ trợ việc kiểm tra hoặc điều chỉnh giả thuyết được ngoại suy thông qua các thực nghiệm. Đặc biệt trong môi trường hình học động, các thực nghiệm được diễn ra gần như liên tục chỉ thông qua một vài thao tác kéo rê đơn giản, nên học sinh có thể tập trung vào việc quan sát và đưa ra các tổng quát hóa thay vì dành nhiều thời gian vào việc vẽ các hình khác nhau trên giấy.

Tóm lại, cả trong môi trường giấy bút và môi trường hình học động, suy luận ngoại suy và quy nạp đều được sử dụng để đưa ra các giả thuyết. Tuy nhiên, nếu trong môi trường giấy bút, phép quy nạp đòi hỏi thời gian và tính cẩn thận còn phép ngoại suy được thực hiện dựa trên khả năng tư duy trừu tượng xuất sắc của người học, thì trong môi trường hình học động, các thao tác kéo rê hỗ trợ tích cực cho hai loại suy luận này.

**4. Suy luận quy nạp và ngoại suy trong khám phá các bài toán hình học kết thúc mở: những phản ánh qua thao tác kéo rê của học sinh trong môi trường hình học động GSP**

Thế mạnh của các phần mềm hình học động như GSP, Cabri là cho phép người sử dụng thay đổi vị trí, hình dạng, kích thước của các đối tượng được biểu diễn nhưng vẫn bảo đảm giữ nguyên tính chất và các mối quan hệ hình học được thiết lập ban đầu, hơn nữa chúng phản ánh được tất cả các quá trình trung gian trong các chuyển động và biến đổi. Dựa trên nghiên cứu của Arzarello (Arzarello et al., 2002, [1]) và sự tương tự về mặt bản chất "động" của các phần mềm hình học động Cabri và GSP, chúng tôi giới thiệu với học sinh tham gia khảo sát bốn phương thức kéo rê sau đây được thực hiện trên GSP:

- *Kéo rê thăm dò*: Kéo rê ngẫu nhiên các điểm đến những vị trí khác nhau để khám phá các tính chất thú vị của hình.
- *Kéo rê duy trì*: Kéo rê một điểm đến những vị trí nào đó để hình vẽ vẫn duy trì tính chất vừa được khám phá. Phương thức kéo rê này có thể được kết hợp với việc kích hoạt chức năng *tạo vết* của GSP để hiển thị dấu vết mà điểm đã đi qua.
- *Kéo rê theo hướng dẫn*: Kéo rê các điểm cơ bản của một hình để đưa nó về một hình dạng đặc biệt. Có thể kết hợp sử dụng các công cụ của GSP về đo đạc, tính toán độ dài cạnh, độ dài cung, số đo góc, chu vi, diện tích… và dựa trên sự thay đổi các số liệu được hiển thị trên màn hình để thực hiện phương thức kéo rê này một cách chính xác. Chẳng hạn kéo rê các đỉnh của một tứ giác để nhận được một hình vuông.
- *Kéo rê liên kết*: Liên kết một điểm vào một đối tượng hình học nào đó và di chuyển điểm trên đối tượng này để kiểm tra một tính chất.

Chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu trường hợp riêng với sáu học sinh được chia thành ba nhóm, mỗi nhóm có hai học sinh cùng sử dụng một máy tính để khám phá hai bài toán hình học kết thúc mở trong thời gian hai giờ (30 phút cho ***bài toán 1*** và 1 giờ 30 phút cho ***bài toán 2***). Cách làm việc theo nhóm sẽ cổ vũ học sinh làm rõ hơn những gì các em quan sát cũng như suy nghĩ trong đầu các em bằng cách giao tiếp với các bạn khác. Ba nhà quan sát, kể cả tác giả sẽ theo dõi quá trình làm việc của các nhóm học sinh thông qua ghi chép, phỏng vấn và sử dụng máy ảnh để chụp lại những phản hồi trên máy tính do học sinh tạo ra. Chú ý rằng tất cả các học sinh tham gia khảo sát đều đã biết cách sử dụng phần mềm GSP trước đó. Chúng tôi cũng nhấn mạnh với các em rằng các phương thức kéo rê đã giới thiệu có thể sẽ hữu dụng cho việc khám phá bài toán mà các em sắp đối mặt. Hai bài toán kết thúc mở được sử dụng trong nghiên cứu này là:

***Bài toán 1***. Cho tứ giác *ABCD*. Về phía ngoài của tứ giác, dựng các hình vuông nhận *AB*, *BC*, *CD*, *DA* tương ứng làm cạnh của nó. Gọi *M*, *N*, *P*, *Q* lần lượt là tâm của các hình vuông này. Trong trường hợp tổng quát, có nhận xét gì về tứ giác *MNPQ*?

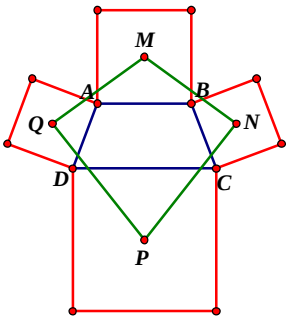
***Bài toán 2***. Cho tứ giác *ABCD*. Gọi *H, K, L, M* là giao điểm của các đường trung trực của các cạnh *AB, BC, CD, DA*.

a) *HKLM* có thể trở thành những tứ giác đặc biệt nào trong những trường hợp nào?

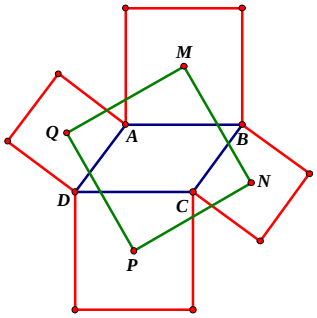
b) *HKML* có thể suy biến thành một điểm không? Giả thuyết nào đối với tứ giác *ABCD* để tình huống này xảy ra?

Dưới đây là tóm tắt những kết quả ghi nhận được từ thực nghiệm trong giai đoạn học sinh khám phá bài toán và đề xuất giả thuyết.

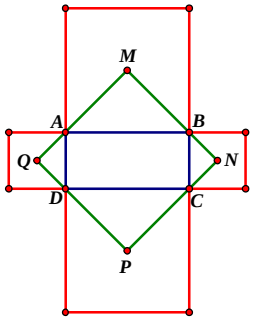
Với ***bài toán 1***, gần như tất cả học sinh đều sử dụng *kéo rê thăm dò* trong giai đoạn đầu tiên: kéo rê các đỉnh *A, B, C, D* một cách tùy ý để xem xét các tính chất của tứ giác *MNPQ*. Khi nhận thấy tứ giác *MNPQ* có rất nhiều hình dạng khác nhau, học sinh thay đổi chiến lược bằng cách sử dụng *kéo rê theo hướng dẫn* để đưa tứ giác *ABCD* về những hình dạng đặc biệt. Các em cho rằng với cách làm này, các tính chất của tứ giác *MNPQ* sẽ dễ dàng được phát hiện hơn. Sau đây là một vài hình ảnh minh họa cho các trường hợp *ABCD* là hình thang cân, hình bình hành, hình chữ nhật.




***Hình 1a***




***Hình 1b***

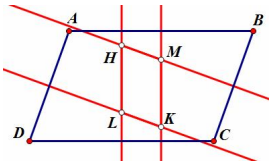



***Hình 1c***

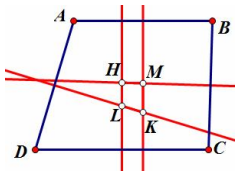
Quan sát những phản hồi qua các trường hợp riêng, học sinh nhận thấy có vẻ như tứ giác *MNPQ* có hai đường chéo vuông góc với nhau. Việc kiểm tra dự đoán được thực hiện dễ dàng bằng công cụ đo góc của GSP. Học sinh quay trở lại sử dụng *kéo rê thăm dò* để đưa tứ giác *ABCD* về các hình dạng bất kì và kiểm tra thấy tính chất trên vẫn luôn đúng. *Giả thuyết quy nạp* cho bài toán: Tứ giác *MNPQ* có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Với ***bài toán 2a,*** trước tiên một số học sinh có ý định sử dụng *kéo rê theo hướng dẫn* các điểm *H, K, L, M* để đưa *HKLM* về các hình dạng đặc biệt của một tứ giác. Tuy nhiên, việc thực hành gặp khó khăn do chuyển động của các điểm *H, K, L, M* phụ thuộc lẫn nhau. Học sinh chuyển sang *kéo rê thăm dò*, đặc biệt là *kéo rê theo hướng dẫn* đối với các điểm *A, B, C, D* để đưa tứ giác *ABCD* về các hình dạng đặc biệt và nhận thấy: khi *ABCD* là hình bình hành thì *HKLM* là hình bình hành (hình 2a), khi *ABCD* là hình thang thì *HKLM* là hình thang (hình 2b) và khi *ABCD* là hình thoi thì *HKLM* cũng là hình thoi. Quá trình thực hiện *kéo rê theo hướng dẫn* và việc đưa ra kết luận trên được ủng hộ bởi các số liệu hiển thị

trên màn hình về độ dài các cạnh và số đo các góc của hai tứ giác *ABCD*, *HKLM* tại mỗi thời điểm.

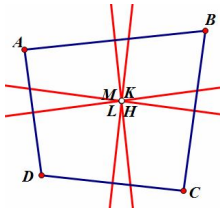



***Hình 2a***

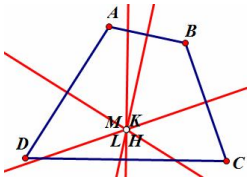



***Hình 2b***

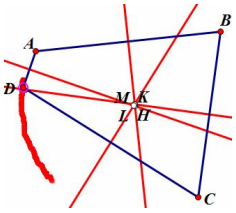
Với ***bài toán 2b***, ban đầu nhiều học sinh *kéo rê thăm dò* các điểm *A, B, C, D* một cách ngẫu nhiên nhằm tìm kiếm các trường hợp thỏa mãn đề bài nhưng vẫn chưa thể đưa ra được một kết luận nào có ý nghĩa. Học sinh nhận thấy sẽ dễ dàng hơn khi giữ nguyên vị trí ba điểm *A, B, C* và chỉ kéo rê điểm *D* sao cho bốn đường trung trực đồng quy tại một điểm. Với sự điều chỉnh này, xuất hiện rất nhiều vị trí khác nhau của *D* thỏa mãn bài toán, nghĩa là tứ giác *ABCD* không nhất thiết phải tuân theo một hình dạng cố định nào (hình 2c, hình 2d). Sử dụng kĩ thuật tạo vết cho điểm *D* và *kéo rê duy trì*, học sinh quan sát và đưa ra dự đoán: vết thu được là một đường tròn (hình 2e). Để xác định tâm và bán kính của đường tròn này, học sinh tiếp tục sử dụng *kéo rê duy trì* và nhận thấy khi *D* gần trùng khớp với *A*, bốn đường trung trực cũng gần như đồng quy tại một điểm chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* (hình 2f). Học sinh đưa ra *giả thuyết ngoại suy*: Nếu *D* nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* thì *HKLM* trở thành một điểm. Các em kiểm tra giả thuyết này bằng cách dựng đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* và sử dụng *kéo rê liên kết* để liên kết điểm *D* trên đường tròn này và di chuyển nó, kết quả là *HKLM* luôn suy biến thành một điểm.



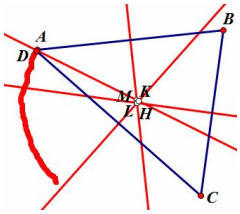

***Hình 2c***




***Hình 2d***




***Hình 2e***




***Hình 2f***

Kết quả thực nghiệm cho thấy tầm quan trọng của việc sử dụng các phương thức kéo rê trong GSP để hình thành dự đoán. Từ đó, chúng tôi đề xuất một tiến trình sử dụng các phương thức kéo rê khác nhau, kết hợp với suy luận quy nạp và ngoại suy để đi đến một dự đoán khi khám phá một bài toán hình học kết thúc mở.

***Bước 1***. Sử dụng phối hợp *kéo rê thăm dò* và *kéo rê theo hướng dẫn* nhằm tìm kiếm các bất biến của hình. Thường xảy ra một trong ba khả năng chính sau:

a) Sử dụng *kéo rê theo hướng dẫn* và nhận thấy có một tính chất *T* luôn thỏa mãn với những tất cả các hình dạng đặc biệt của hình. Khi đó cần tiếp tục sử dụng *kéo rê thăm dò* để kiểm tra xem tính chất

đó có thỏa mãn với các trường hợp bất kì khác (*bài toán 1*).

b) Sử dụng *kéo rê theo hướng dẫn* và nhận thấy có một tính chất *T* chỉ thỏa mãn với một trường hợp đặc biệt cụ thể của hình (*bài toán 2a*).

c) Sử dụng *kéo rê thăm dò* và nhận thấy có một tính chất *T* chỉ xuất hiện trong một số trường hợp ngẫu nhiên nào đó chưa được xác định (*bài toán 2b*).

***Bước 2***. Với trường hợp a) hoặc b): Sử dụng suy luận quy nạp để đề xuất giả thuyết về tính chất bất biến *T* một cách tổng quát. Tiến trình khám phá để đưa ra dự đoán kết thúc.

Với trường hợp c): Sử dụng *kéo rê duy trì* để khẳng định có một tập hợp các điểm *D* sao cho khi kéo rê một điểm của hình trùng với một trong các điểm của tập hợp này thì tính chất *T* được duy trì. Tiếp tục chuyển qua bước 3.

***Bước 3***. Sử dụng kết hợp *kéo rê duy trì* với việc kích hoạt chức năng tạo vết để đánh dấu tập *D*. Tập hợp này có thể được nhận ra dưới dạng một quỹ tích hình học *Q* nào đó.

***Bước 4***. Sử dụng suy luận ngoại suy để đề xuất giả thuyết: Nếu điểm *X* thuộc tập hợp các điểm *D*, thì *T* thỏa mãn. Đặc biệt, nếu tập hợp *D* là quỹ tích *Q* thì phát biểu trở thành: Nếu *X* nằm trên *Q*, thì *T* thỏa mãn. Có thể sử dụng *kéo rê liên kết* để liên kết điểm *X* vào quỹ tích *Q* nhằm xác nhận lại giả thuyết ngoại suy.

Như vậy, trong quá trình khám phá các bài toán hình học kết thúc mở, suy luận quy nạp giúp tổng quát hóa một tính chất từ các trường hợp đặc biệt, còn ngoại suy giúp nhận ra các bất biến là sự phụ thuộc mang tính điều kiện giữa các đối tượng trong hình. Quá trình khám phá này khi diễn ra trong môi trường hình học động thì phương thức *kéo rê duy trì* với việc kích hoạt chức năng tạo vết là khá quan trọng bởi nó đánh dấu thời điểm học sinh đưa ra một giả thuyết ngoại suy, còn phương thức *kéo rê theo hướng dẫn* là cơ sở để các em phát triển nhanh hơn một kết luận mang bản chất quy nạp.

**Kết luận.** Những phân tích thực nghiệm quá trình khám phá một bài toán hình học kết thúc mở trong nghiên cứu này cho thấy: tùy theo mục tiêu mà học sinh hướng đến (thăm dò bài toán trong trường hợp tổng quát, xét các trường hợp riêng, tạo ra dự đoán, kiểm chứng dự đoán), các em sẽ sử dụng các phương thức kéo rê tương ứng (kéo rê thăm dò, kéo rê theo hướng dẫn, kéo rê duy trì, kéo rê liên kết). Những phản hồi trực quan xuất hiện trên màn hình sau đó sẽ được học sinh chuyển hóa thành các dự đoán phát biểu theo ngôn ngữ logic hình học thông qua suy luận quy nạp và ngoại suy. Vì vậy, nhìn vào cách học sinh tiến hành các phương thức kéo rê, giáo viên có thể hình dung được quá trình suy luận đang diễn ra trong đầu các em.

Nghiên cứu cũng đem lại một ý nghĩa đối với việc phát triển năng lực khám phá toán của học sinh trong môi trường hình học động: học sinh cần được luyện tập việc sử dụng các phương thức kéo rê khác nhau và vận dụng tiến trình khám phá toán được chúng tôi đề xuất ở trên trong những tình huống cụ thể. Đồng thời, các bài tập hình học truyền thống cần được cân bằng và kết hợp chặt chẽ

với sức mạnh của các phần mềm hình học động để phát huy năng lực khám phá toán bằng suy luận quy nạp và ngoại suy của học sinh, thay vì quá nhấn mạnh vào hình học mang tính lí thuyết với việc sử dụng suy luận suy diễn.

***Ghi chú:*** *Bài báo này được tài trợ một phần bởi Quỹ Phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia Việt Nam – NAFOSTED với đề tài mã số: VI2.2-2010.11.*

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

1. Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O. (2002), *A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments*, Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik/International Reviews on Mathematical Education, 34(3), pp. 66-72.
2. Magnani, L. (2001), *Abduction, Reason and Science, Processes of Discovery and Explanation*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York.
3. Mogetta, C., Olivero, F. and Jones, K. (1999), *Providing the Motivation to Prove in a Dynamic Geometry Environment*, In Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, St Martin's University College, Lancaster, pp. 91-96.
4. Mariotti M. A. (2002), *Influence of technologies advances on students' math learning*, In English, L. et al. Handbook of International Research in Mathematics Education Lawrence Erbaum Associates, pp. 695-723.
5. Trương Thị Khánh Phương (2009), "Sử dụng bài toán tìm kiếm quy luật có biểu diễn hình học để nâng cao năng lực suy luận quy nạp và ngoại suy của học sinh Trung học phổ thông", *Tạp chí Khoa học và Giáo dục Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế,* ISSN 1859-1612, 2(10), tr. 108-116.

*(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 10-8-2011; ngày chấp nhận đăng: 31-8-2011)*