

## XÁC ĐỊNH THỂ TÍCH VÙNG TÁN XẠ BẰNG PHƯƠNG PHÁP MONTE CARLO

HOÀNG ĐỨC TÂM\*, LÊ TÂN PHÚC\*, TRẦN THIÊN THANH\*\*, CHÂU VĂN TẠO\*\*\*

### TÓM TẮT

Trong bài báo này, vùng thể tích cơ sở (tạo bởi sự giao nhau của hai hình nón) của kỹ thuật gamma tán xạ được tính toán bằng phương pháp Monte Carlo thông qua một chương trình viết bằng ngôn ngữ Fortran. Sau khi đánh giá tính chính xác của chương trình bằng cách so sánh với kết quả tính toán của nhóm khác, chương trình được cải tiến để xác định vùng thể tích tán xạ trong vật liệu cụ thể (tạo bởi sự giao nhau của hai hình nón và vật liệu bia). Kết quả tính toán của chúng tôi cho thấy sự phù hợp tốt với kết quả của nhóm tác giả khác. Trên cơ sở nghiên cứu này, thể tích vùng tán xạ trong kỹ thuật gamma tán xạ ngược trong các trường hợp thực tiễn sẽ dễ dàng được xác định.

**Từ khóa:** hình nón, thể tích cơ sở, Monte Carlo, thể tích vùng tán xạ.

### ABSTRACT

#### *Determining the volume of scattering region by Monte Carlo method*

*In this work, a Fortran code was written to calculate the fiducial volume (the intersection volume of two cones) by Monte Carlo method. The above mentioned code was thus improved to calculate the volume of scattering region in specific material (the intersection volume of two cones and material target). The results of our calculations showed good agreement with those of other authors'. In light of this research, the volume of scattering region for gamma backscattering technique in concrete conditions will be easily determined.*

**Keywords:** cone, fiducial volume, Monte Carlo, intersection volume.

### 1. Mở đầu

Kỹ thuật gamma tán xạ ngược được sử dụng nhiều trong lĩnh vực kiểm tra không hủy mẫu (NDT) như kiểm tra bê tông chịu lực [4], dò tìm mức và xác định khối lượng riêng của chất lỏng [6]... Trong những ứng dụng của kỹ thuật này, để giảm sự đóng góp của tán xạ nhiều lần, thông thường ống chuẩn trực nguồn và ống chuẩn trực đầu dò dạng hình trụ sẽ được sử dụng. Với việc sử dụng các ống chuẩn trực này, trường nhìn của nguồn và của đầu dò là các hình nón. Trong phần lớn các ứng dụng của kỹ thuật gamma tán xạ, cần thiết phải xác định chính xác thể tích giao nhau giữa hai hình nón trên (được gọi là thể tích cơ sở). Công trình nghiên cứu của nhóm tác giả Asa'd và cộng sự [1] cũng đã chỉ ra rằng nếu đặt vật liệu nằm ngoài phần thể tích cơ sở thì số đếm thu nhận được bởi đầu dò là rất ít do sự tán xạ chỉ xảy ra trên các phân tử khí. Như vậy việc xác định được thể tích cơ sở cũng như phần thể tích giao nhau giữa vật liệu và

\* ThS, Trường Đại học Sư phạm TP HCM

\*\* ThS, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG TP HCM

\*\*\* PGS TS, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG TP HCM

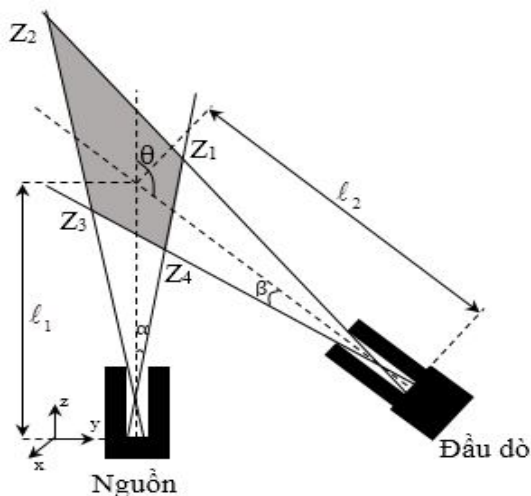
thể tích cơ sở là cần thiết trong kỹ thuật gamma tán xạ ngược.

Trong công trình [2, 3], Balogun cũng đã sử dụng các phương pháp như phương pháp số, phương pháp giải tích và phương pháp Monte Carlo để xác định thể tích cơ sở. Tuy nhiên, phần thể tích tạo ra do sự giao giữa thể tích cơ sở và vật liệu (được gọi là thể tích vùng tán xạ) vẫn chưa được tính toán. Để tính toán phần thể tích này, đầu tiên, một chương trình được viết bằng ngôn ngữ lập trình Fortran (CoFiv) dựa trên lưu đồ thuật toán của Balogun [3] sử dụng phương pháp Monte Carlo để tính toán lại phần thể tích cơ sở. Sau khi đánh giá tính chính xác của chương trình, chúng tôi cải tiến chương trình để tính toán thể tích của vùng tán xạ. Các kết quả tính của chúng tôi sẽ được so sánh với kết quả của nhóm tác giả Balogun [3] để khẳng định độ tin cậy của chương trình.

**2. Phương pháp Monte Carlo**

**2.1. Phương pháp Monte Carlo xác định vùng thể tích cơ sở**

Trong phương pháp này, phần thể tích cơ sở được biểu diễn như trong hình 1. Hai hình nón có nửa góc mở lần lượt là  $\alpha$  và  $\beta$ , góc hợp bởi phương giữa các trục của nguồn và đầu dò là  $\theta$ .



**Hình 1. Mặt cắt thể hiện vùng thể tích cơ sở**

Các tọa độ giao điểm  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  trên mặt cắt của hai chùm tia hình nón giao nhau (Hình 1) được tính theo các phương trình sau [3]:

$$Z_1 = \frac{A \tan(\theta + \beta) - B}{\tan(\theta + \beta) - \tan \alpha} \tag{1}$$

$$Z_2 = \frac{A \tan(\theta + \beta) - B}{\tan(\theta + \beta) + \tan \alpha} \tag{2}$$

$$Z_3 = \frac{A \tan(\theta - \beta) - B}{\tan(\theta - \beta) - \tan \alpha} \tag{3}$$

$$Z_4 = \frac{A \tan(\theta - \beta) - B}{\tan(\theta - \beta) + \tan \alpha} \tag{4}$$

với  $\tan \alpha = \frac{r_s}{l_s}$ ;  $\tan \beta = \frac{r_d}{l_d}$ ;  $A = l_1 + l_2 \cos \theta$ ;  $B = l_2 \sin \theta$ ;  $l_1, l_2$  lần lượt là khoảng cách từ nguồn đến bia và khoảng cách từ bia đến đầu dò;  $r_s, l_s$  lần lượt là bán kính ống chuẩn trực nguồn và độ dài ống chuẩn trực nguồn;  $r_d, l_d$  lần lượt là bán kính ống chuẩn trực đầu dò và độ dài ống chuẩn trực đầu dò.

Hình nón đầu tiên (trường nhìn của nguồn) có trục theo phương z được cho bởi phương trình:

$$x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \alpha \tag{5}$$

Hình nón thứ hai (trường nhìn của đầu dò) có trục nghiêng một góc  $\theta$  so với phương z có phương trình trong hệ tọa độ  $(x', y', z')$  quay một góc  $(\pi/2 - \theta)$  so với hệ tọa độ ban đầu [3]:

$$x' = x \tag{6}$$

$$y' = (z - z_0) \cos \theta + y \sin \theta \tag{7}$$

$$z' = (z - z_0) \sin \theta - y \cos \theta \tag{8}$$

$$x^2 + z^2 = (\ell_2 - y')^2 \tan^2 \beta \tag{9}$$

Phần thể tích cơ sở phải thỏa mãn các giới hạn [3]:

$$x^2 \leq z^2 \tan^2 \alpha - y^2 \tag{10}$$

$$x^2 \leq (\ell_2 - y')^2 \tan^2 \beta - z^2 \tag{11}$$

Quá trình tính toán phần thể tích cơ sở bằng phương pháp Monte Carlo được thực hiện theo các bước sau:

**Bước 1.** Xác định một hình khối với thể tích đã biết bao quanh vùng thể tích cơ sở. Hình khối này là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông với đường kính bằng hai lần tọa độ cực đại của giao điểm  $(2Z_{\max} \tan \alpha)$ .

**Bước 2.** Sử dụng những giá trị ngẫu nhiên trong khoảng  $(0, 1)$  để thể hiện các tọa độ của những điểm trong thể tích này.

**Bước 3.** Giới hạn những giá trị ngẫu nhiên của các tọa độ sao cho thỏa mãn (10) và (11).

**Bước 4.** Xác định số lượng phần tử ngẫu nhiên với các tọa độ  $(x, y, z)$  lọt vào trong thể tích cần tính  $(N_{in})$  và tổng số phần tử rơi hình khối đã dựng  $(N)$ . Thể tích cần tính được xác định theo phương trình [3]:

$$V = \frac{N_{in}}{N} (Z_{max} - Z_{min})(2Z_{max} \tan \alpha)^2 \tag{12}$$

với  $(Z_{max} - Z_{min})(2Z_{max} \tan \alpha)^2$  là thể tích của hình khối. Giá trị của  $Z_{min}$  và  $Z_{max}$  được xác định như sau:

- $Z_{max} = \text{Max}(Z_1; Z_2)$
- $Z_{min} = \text{Min}(Z_3; Z_4)$

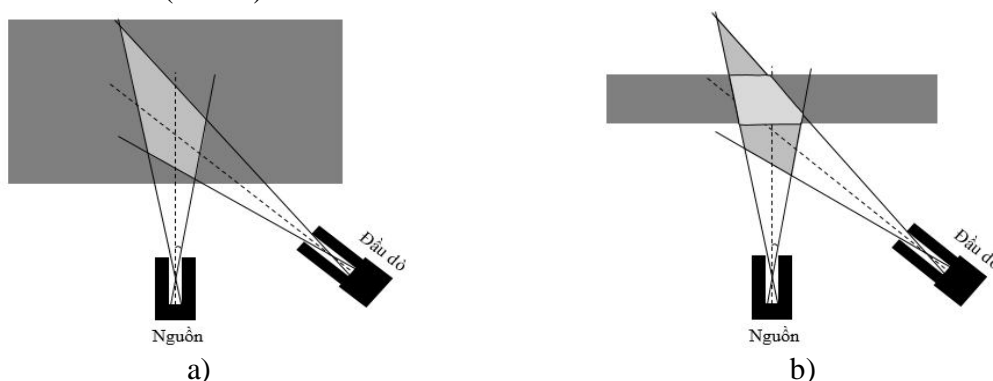
Sai số của thể tích được tính như trong phương trình (13):

$$\varepsilon = \frac{\frac{N_{in}}{N} V}{\sqrt{\frac{N_{in}}{N}} V} = \frac{\sqrt{N_{in}}}{N} V \tag{13}$$

Toàn bộ quá trình tính toán được biểu diễn trong lưu đồ thuật toán ở hình 3. Để thực hiện việc tính toán này chúng tôi viết code bằng ngôn ngữ lập trình Fortran sử dụng chương trình Plato (Version 4.51, Copyright © Silverfrost Ltd, 2012).

**2.2. Phương pháp Monte Carlo xác định vùng thể tích tán xạ**

Như đã đề cập ở trên, khi vùng thể tích cơ sở nằm hoàn toàn trong vật liệu thì thể tích cơ sở chính là thể tích tán xạ. Tuy nhiên trong nhiều trường hợp, trường hợp chỉ một phần vùng thể tích cơ sở nằm trong vật liệu, khi đó cần phải tính toán phần thể tích này. Trên cơ sở tính toán phần thể tích giao nhau của hai hình nón như đã trình bày, chúng tôi sẽ đưa ra cách tính thể tích của phần giao giữa vật liệu và phần thể tích tạo bởi hai hình nón (hình 3).

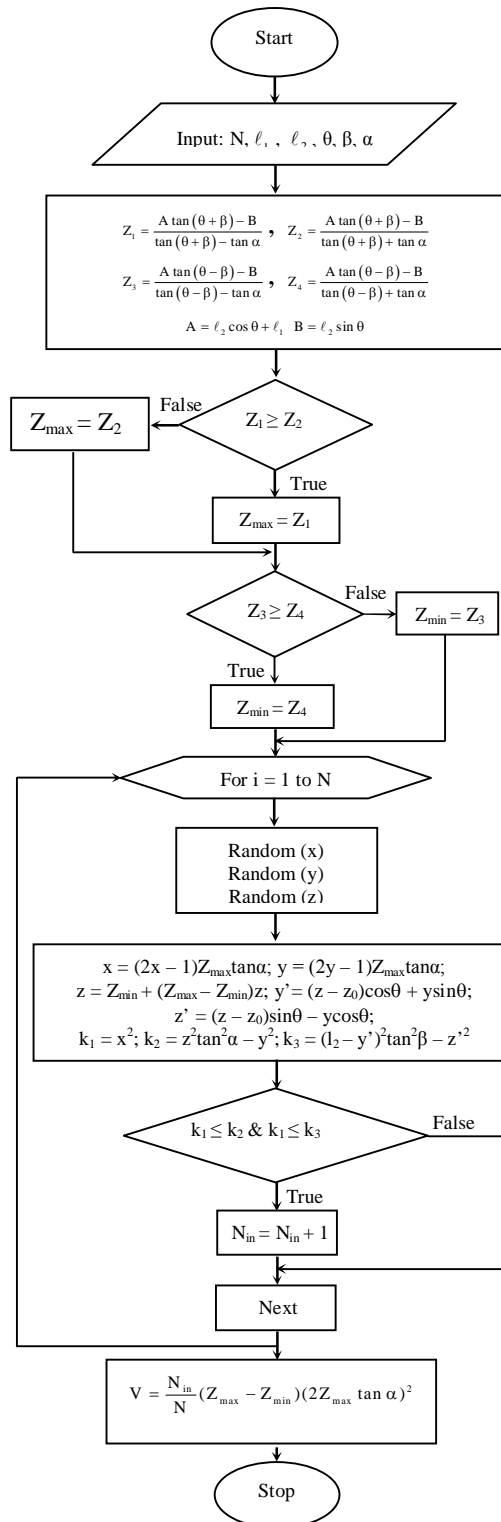


**Hình 2.** Thể tích cơ sở a) nằm hoàn toàn trong vật liệu và b) chỉ một phần nằm trong vật liệu

Xét vật liệu dạng hình hộp chữ nhật với bề dày  $d$  có mặt dưới cách nguồn một khoảng  $\ell$ , các giá trị  $Z_{max}$  và  $Z_{min}$  được xác định lại như sau:

- Nếu  $\text{Max}(Z_1; Z_2) \geq \ell + d$  thì  $Z_{max} = \ell + d$ ; nếu  $\text{Max}(Z_1; Z_2) < \ell + d$  thì  $Z_{max} = \text{Max}(Z_1; Z_2)$ .
- Nếu  $\text{Min}(Z_3; Z_4) \leq \ell$  thì  $Z_{min} = \ell$ ; nếu  $\text{Min}(Z_3; Z_4) > \ell$  thì  $Z_{min} = \text{Min}(Z_3; Z_4)$ .

Từ đây có thể tính được vùng thể tích này dựa vào phương pháp Monte Carlo với các bước như đã trình bày ở trên.

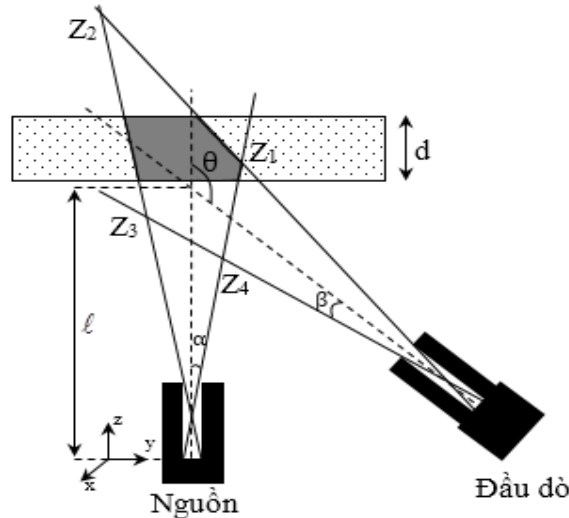


Hình 3. Lưu đồ thuật toán tính phân thể tích cơ sở sử dụng phương pháp Monte Carlo

**3. Kết quả và thảo luận**

**3.1. Xác định vùng thể tích cơ sở**

Phần thể tích giao bởi hai hình nón được tính với những góc nghiêng  $\theta$  khác nhau thay đổi từ  $10^\circ$  đến  $170^\circ$ .



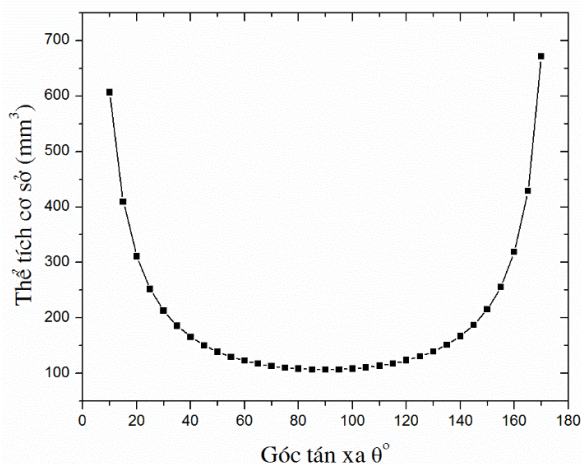
**Hình 4.** Mặt cắt thể hiện vùng giao nhau giữa vật liệu và vùng giao nhau của hai hình nón

Với khoảng cách từ nguồn đến bia và từ đầu dò đến bia là 122,5mm, giá trị nửa góc mở của chùm tia hình nón tán xạ ( $\beta$ ) là  $1,27^\circ$ . Kết quả tính toán khi cho chương trình CoFiv chạy với  $10^6$  phép lặp được chỉ ra trong bảng 1. Kết quả thu được của chúng tôi được so sánh với kết quả của Balogun [3] và cho thấy sự trùng khớp tốt.

**Bảng 1.** Kết quả tính phần thể tích cơ sở

Góc tán xạ ( $\theta$ )	V ( $\text{mm}^3$ )		
	Kết quả của chúng tôi (a)	Kết quả của Balogun [3] (b)	Độ lệch tương đối $D = (b - a)/b \times 100 \%$
$10^\circ$	$606,78 \pm 0,28$	$613,19 \pm 0,42$	1,05
$45^\circ$	$150,70 \pm 0,09$	$152,05 \pm 0,08$	0,89
$90^\circ$	$106,76 \pm 0,08$	$107,55 \pm 0,04$	0,73
$135^\circ$	$151,72 \pm 0,09$	$152,54 \pm 0,08$	0,54
$170^\circ$	$671,27 \pm 0,29$	$676,81 \pm 0,48$	0,82

Bảng 1 cũng chỉ ra rằng thể tích tán xạ giảm dần khi góc  $\theta$  thay đổi từ  $10^\circ$  đến  $90^\circ$ , và sau đó lại tăng dần cho đến khi góc  $\theta$  đạt  $170^\circ$  (hình 5). Đường cong cho thấy sự phụ thuộc của thể tích tán xạ vào góc tán xạ  $\theta$ .



Hình 5. Thể tích tạo bởi hai hình nón theo góc nghiêng  $\theta$

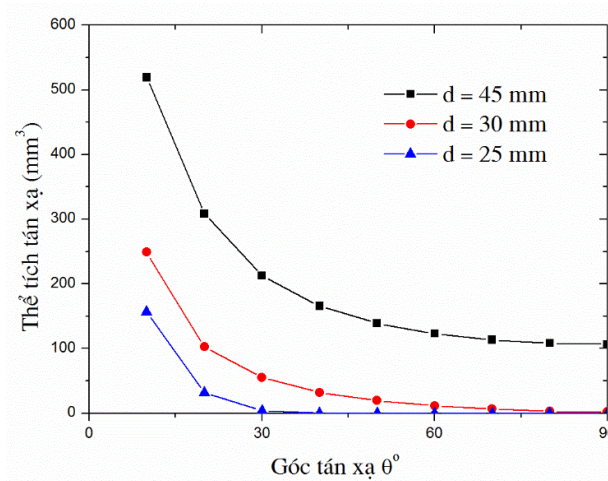
3.2. Xác định vùng thể tích tán xạ

Với các số liệu ban đầu giống như khi tính phần thể tích giao nhau bởi hai hình nón, chúng tôi đưa thêm một vật liệu có bề dày  $d$  đặt cách nguồn một khoảng  $\ell$ . Kết quả tính toán thể tích của vùng tán xạ được chỉ ra trong bảng 2.

Bảng 2. Thể tích vùng tán xạ với vật liệu có các độ dày khác nhau được đặt ở khoảng cách  $\ell = 90mm$

Độ dày vật liệu $d$ (mm)	V (mm <sup>3</sup> )				
	$\theta = 10^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 50^\circ$	$\theta = 70^\circ$	$\theta = 90^\circ$
25	$156,84 \pm 0,08$	$4,22 \pm 0,00$	$0,00 \pm 0,00$	$0,00 \pm 0,00$	$0,00 \pm 0,00$
30	$248,76 \pm 0,14$	$54,90 \pm 0,03$	$19,36 \pm 0,01$	$6,38 \pm 0,00$	$1,62 \pm 0,00$
45	$519,17 \pm 0,30$	$231,06 \pm 0,12$	$139,07 \pm 0,08$	$113,38 \pm 0,08$	$106,76 \pm 0,08$

Sự thay đổi của thể tích vùng tán xạ theo góc tán xạ và với các bia có độ dày khác nhau được biểu diễn trên hình 6. Kết quả này đã chỉ ra rằng, thể tích vùng tán xạ không chỉ phụ thuộc vào hình học hệ đo tán xạ mà còn phụ thuộc vào góc tán xạ. Do vậy, với một hình học hệ đo tán xạ nhất định, việc khảo sát thể tích tán xạ theo góc tán xạ là một trong những vấn đề cần xem xét nhằm mục đích làm tăng cường độ chùm tia tán xạ.



**Hình 6.** Thể tích vùng tán xạ với vật liệu có các bề dày khác nhau

#### 4. Kết luận

Dựa trên phương pháp Monte Carlo kết hợp với việc sử dụng ngôn ngữ lập trình Fortran, chúng tôi đã xác định được vùng thể tích cơ sở. Việc so sánh kết quả của chúng tôi với nhóm tác giả Balogun cho thấy sự trùng khớp rất tốt. Điều này khẳng định chương trình tính toán mà chúng tôi thực hiện là tin cậy.

Bên cạnh đó, bằng việc cải tiến chương trình, chúng tôi cũng đã xác định được vùng thể tích tán xạ trong vật liệu. Việc tính toán được phần thể tích này giúp giải quyết được nhiều vấn đề trong các ứng dụng của kỹ thuật gamma tán xạ. Quan trọng hơn, đoạn chương trình chúng tôi viết dựa vào ngôn ngữ lập trình Fortran, do đó việc xác định thể tích như trên sẽ được thực hiện một cách dễ dàng và nhanh chóng bằng cách thay đổi các thông số đầu vào.

Nghiên cứu này chỉ thực hiện đối với trường hợp trục ống chuẩn trục nguồn vuông góc với bề mặt vật liệu. Trong các nghiên cứu tiếp theo, chúng tôi sẽ tiếp tục cải tiến thuật toán để tính toán thể tích tán xạ cho trường hợp trục của nguồn hợp một góc bất kỳ với vật liệu.



**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

1. Asa'd Z., Asghar M., Imrie D.C. (1997), "The measurement of the wall thickness of steel sections using Compton backscattering", *Measurement Science and Technology* **8**, pp.377 – 385.
2. Balogun F.A. (1999), "Angular variation of scattering volume and its implications for Compton scattering tomography", *Applied Radiation and Isotopes* **50**, pp.317 – 323.
3. Balogun F.A., Brunetti A., Cesareo R. (2000), "Volume of intersection of two cones", *Radiation Physics and Chemistry* **59**, pp.23 – 30.
4. Boldo E.M., Appoloni C.R., "Inspection of reinforced concrete samples by Compton backscattering technique", *Radiation Physics and Chemistry*, (Article in press).
5. Priyada P., Margret M., Ramar R., Shivaramu, Menaka M., Thilagam L., Venkataraman B., Raj B. (2011), "Intercomparison of gamma scattering, gammatography, and radiography techniques for mild steel nonuniform corrosion detection", *Review of Scientific Instruments* **82**, 035115 (1 – 8).
6. Priyada P., Margret M., Ramar R., Shivaramu (2012), "Intercomparison of gamma ray scattering and transmission techniques for fluid – fluid and fluid – air interface levels detection and density measurements", *Applied Radiation and Isotopes* **70**, 462 – 469.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 31-10-2014; ngày phân biện đánh giá: 12-11-2014;  
ngày chấp nhận đăng: 21-11-2014)