



ISSN:
1859-3100

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH
TẠP CHÍ KHOA HỌC

KHOA HỌC GIÁO DỤC
Tập 14, Số 7 (2017): 32-46

Email: tapchikhoahoc@hcmue.edu.vn; Website: http://tckh.hcmue.edu.vn

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION
JOURNAL OF SCIENCE

EDUCATION SCIENCE
Vol. 14, No. 7 (2017): 32-46

PHÂN TÍCH THỰC HÀNH DẠY HỌC CỦA GIÁO VIÊN QUA TIẾT DẠY THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Dương Hữu Tông^{1}, Bùi Phương Uyên¹, Trần Trí Tâm²*

¹Trường Đại học Cần Thơ

²Trường THPT Vị Thanh – Cần Thơ

Ngày Tòa soạn nhận được bài: 22-3-2017; ngày phản biện đánh giá: 25-5-2017; ngày chấp nhận đăng: 25-7-2017

TÓM TẮT

Phân tích thực hành dạy học qua một tiết học cụ thể giúp tìm hiểu, giải thích những hoạt động của giáo viên và học sinh, từ đó đề ra các biện pháp cải tiến phương pháp dạy học. Theo quan điểm này, chúng tôi phân tích và đánh giá quá trình dạy học của giáo viên qua hai tiết học về tính thể tích khối tròn xoay bằng cách ứng dụng tích phân. Kết quả cho thấy rằng các tổ chức toán học được nêu ra một cách rõ ràng, đầy đủ ví dụ minh họa, kỹ thuật và công nghệ. Tuy nhiên, các kiểu nhiệm vụ chưa gắn liền với bài toán thực tiễn và chưa yêu cầu học sinh giải quyết chúng.

Từ khóa: thể tích khối tròn xoay, thực hành dạy học của giáo viên, tích phân.

ABSTRACT

Analyzing teachers' teaching practice through a teaching period of the volume of solids of revolution

Analyzing teachers' teaching practice through a specific period helps researchers to understand and explain the activities of teachers and students; from there, they raise measures to improve teaching methods. In this view, we analyze and evaluate the teaching process of teachers through two periods of the volume of solids of revolution by integrals. The results show that mathematical organizations are clearly and fully illustrated with examples, techniques and technologies. However, task types are not tied to real problems and students are not required to solve them.

Keywords: the volume of solids of revolution, teachers' teaching practice, integrals.

1. Đặt vấn đề

Trong quá trình dạy học Toán, giáo viên (GV) đóng vai trò quan trọng trong việc hướng dẫn học sinh (HS) chiếm lĩnh những tri thức toán học. Bên cạnh dạy những khái niệm, tính chất và bài tập mang tính lí thuyết trừu tượng, GV cũng cần giúp các em vận dụng các tri thức này vào thực tiễn cuộc sống. Để nâng cao chất lượng dạy học, cần quan tâm nghiên cứu những hoạt động mà GV tổ chức để dạy học một tri thức toán học, từ đó đề ra các biện pháp nhằm cải tiến phương pháp dạy học. Việc phân tích thực hành dạy học của giáo viên (GV) qua một tiết dạy cụ thể không chỉ đơn giản là ghi lại toàn bộ hoạt động của

* Email: dhtong@ctu.edu.vn

GV và HS trong tiết dạy mà nó còn bao gồm: quan sát, mô tả, phân tích, đánh giá và phát triển.

Dựa trên quan điểm này, chúng tôi đặt ra vấn đề nghiên cứu thực hành dạy học của GV thông qua tiết học về tính thể tích khối tròn xoay bằng cách ứng dụng tích phân. Từ đây, câu hỏi nghiên cứu được hình thành:

Q: GV đã tổ chức dạy học các kiểu nhiệm vụ gắn với việc tính thể tích khối tròn xoay như thế nào? Có những kiểu bài toán nào? GV có chú trọng đến những kiểu bài toán ứng dụng trong thực tiễn không?

2. Phân tích thực hành dạy học của giáo viên trong dạy học Toán

Dạy học Toán là một hoạt động thực tế xã hội và là một quá trình phức hợp. Nghiên cứu thực hành dạy học của GV qua các tiết dạy cụ thể nhằm làm rõ và giải thích các hiện tượng dạy học. Chính vì vậy cần thiết xây dựng một mô hình cho phép mô tả và nghiên cứu thực tế đó. Từ đây, Chevallard (1999) đã giới thiệu khái niệm *praxéologie*.

Mỗi praxéologie là một bộ gồm 4 thành phần $[T, \tau, \theta, \Theta]$, trong đó T là kiểu nhiệm vụ, τ là kỹ thuật cho phép giải quyết T , θ là công nghệ giải thích cho kỹ thuật τ , Θ là lý thuyết giải thích cho θ . Một praxéologie được gọi là một tổ chức toán học nếu các thành phần đều mang bản chất toán học, và được gọi là một tổ chức didactic nếu được hình thành từ một kiểu nhiệm vụ về dạy học (dẫn theo Annie B. và ctg, 2009, tr.319).

Theo Chevallard (1999), để phân tích thực hành dạy học của GV, nhà nghiên cứu cần phải trả lời hai câu hỏi:

+ Làm thế nào để phân tích một tổ chức toán học được xây dựng trong một lớp học nào đó?

+ Làm thế nào để mô tả và phân tích một tổ chức didactic mà một GV đã triển khai để truyền bá một tổ chức toán học trong một lớp học cụ thể?

Chevallard cho rằng một tình huống học tập nói chung bao gồm 6 thời điểm, và ông gọi chúng là các thời điểm nghiên cứu hay thời điểm didactic (dẫn theo Đào Hồng Nam, 2011, tr.72):

Thời điểm thứ nhất: Là thời điểm gặp gỡ lần đầu tiên với tổ chức toán học O . Thời điểm này đặt ra mục tiêu cho việc học tập liên quan đến đối tượng O . Có nhiều cách khác nhau cho sự gặp gỡ này. Sự “gặp gỡ lần đầu tiên” với kiểu nhiệm vụ T_i có thể xảy ra qua nhiều lần, tùy vào môi trường toán học và môi trường dạy học tạo ra sự gặp gỡ này.

Thời điểm thứ hai: Là thời điểm nghiên cứu kiểu nhiệm vụ T_i . Đây là thời điểm xây dựng một kỹ thuật τ_i cho phép giải quyết kiểu nhiệm vụ này. Thông thường, có một cách để xây dựng kỹ thuật khi nghiên cứu một bài toán cá biệt là GV làm mẫu. Kỹ thuật này sau đó sẽ là phương tiện để giải quyết mọi bài toán cùng kiểu.

Thời điểm thứ ba: Là thời điểm xây dựng môi trường công nghệ - lý thuyết $[\Theta/\Theta]$ liên quan đến τ_i . Thời điểm này tạo ra những yếu tố cho phép giải thích kỹ thuật đã được thiết lập.

Thời điểm thứ tư: Là thời điểm làm việc với kỹ thuật. Đây là thời điểm hoàn thiện kỹ thuật để làm cho nó trở nên hiệu quả nhất, có khả năng vận hành tốt nhất. Do vậy, cần chỉnh sửa lại công nghệ đã được xây dựng làm tăng khả năng làm chủ kỹ thuật.

Thời điểm thứ năm: Là thời điểm thể chế hóa. Thời điểm này nhằm chỉ ra một cách rõ ràng những yếu tố của tổ chức toán học cần xây dựng. Những yếu tố này có thể là kiểu bài toán liên quan, kỹ thuật được giữ lại để giải, cơ sở công nghệ lý thuyết của kỹ thuật đó, cách ghi hay kí hiệu mới.

Thời điểm thứ sáu: Là thời điểm đánh giá. Thời điểm này nối khớp với thời điểm thể chế hóa và cần phải hệ thống cái gì có giá trị, cái gì đã học được.

Các thời điểm trên không nhất thiết phải đúng trình tự đã nêu. Có thể thay đổi thứ tự các thời điểm, chẳng hạn như có thể đi đến thời điểm thứ tư rồi lại quay trở lại với thời điểm thứ hai.

Khái niệm các thời điểm nghiên cứu nêu trên mang lại cho chúng tôi một mô hình lý thuyết thỏa đáng để quan sát hoạt động của GV nhằm tìm kiếm câu trả lời cho câu hỏi nghiên cứu.

3. Phân tích nội dung tính thể tích khối tròn xoay trong Sách giáo khoa Giải tích 12

Đối tượng thể tích khối tròn xoay xuất hiện ở *Chương III. Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng* trong SGK. Theo phân phối chương trình, thời lượng dành cho Chương III là 16 tiết, dự kiến như sau:

Bài 1. Nguyên hàm (4 tiết)

Bài 2. Tích phân (6 tiết)

Bài 3. Ứng dụng của tích phân trong hình học (4 tiết)

Ôn tập chương III (2 tiết)

Ở nội dung ứng dụng tích phân để tính thể tích của các khối tròn xoay, sách giáo khoa (SGK) Giải tích 12 (tr.120) đã giới thiệu công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

Các tác giả đề cập hai ví dụ tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình

phẳng giới hạn quanh trục Ox :

“*Ví dụ 5: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$ trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình này xung quanh trục Ox .*

Ví dụ 6. Tính thể tích hình cầu bán kính R .”

Xem xét các bài tập được đề xuất ở SGK Giải tích 12 cơ bản (tr.121) và sách bài tập (SBT) Giải tích 12 cơ bản (tr.184), chúng tôi nhận thấy có hai kiểu nhiệm vụ chính:

- **Kiểu nhiệm vụ T_1 :** Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục Ox .

Ví dụ 5 trong phần trình bày trên là một minh họa cho kiểu nhiệm vụ này.

Kĩ thuật τ_1 : Thay các giá trị a, b và biểu thức $f(x)$ vào $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Công nghệ θ_1 : Công thức tính thể tích khối tròn xoay $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Lí thuyết Θ_1 : Công thức tính thể tích vật tròn xoay $V = \int_a^b S(x) dx$.

- **Kiểu nhiệm vụ T_2 :** Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ xung quanh trục Ox .

Ví dụ minh họa: “Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi $y = 2x - x^2, y = x$ quanh trục Ox .” (SBT Giải tích 12, tr.184)

Kĩ thuật τ_2 :

- Tìm hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ được $x = a, x = b$.

- Thay các giá trị a, b và biểu thức $f(x), g(x)$ vào công thức

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx - \pi \int_a^b g^2(x) dx = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$$

Công nghệ θ_1 : Công thức $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx - \pi \int_a^b g^2(x) dx = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

Lí thuyết Θ_1 : Công thức tính thể tích vật tròn xoay $V = \int_a^b S(x) dx$.

4. Kết quả phân tích tiết dạy

Chúng tôi đã tiến hành dự giờ 2 tiết *Ứng dụng của tích phân trong hình học* liên quan đến thể tích khối tròn xoay lớp 12TN Trường THPT Tây Đô, huyện Long Mỹ, tỉnh Hậu Giang. Lớp 12TN là một lớp trung bình – khá do thầy B giảng dạy. Hai tiết dự giờ của chúng tôi được diễn ra vào sáng thứ 5, ngày 11 tháng 02 năm 2016 (1 tiết lí thuyết và 1 tiết bài tập).

Dựa vào các kết quả ghi nhận từ việc quan sát lớp học (xem phụ lục), chúng tôi tiến hành phân tích, so sánh, đánh giá các tổ chức toán học và tổ chức didactic được dạy.

4.1. Tổ chức toán học

4.1.1. Đánh giá các kiểu nhiệm vụ

* *Tiêu chuẩn xác định*

Các kiểu nhiệm vụ T_1 , T_2 được nêu ra rõ ràng, có cả ví dụ minh họa trong tiết lí thuyết và tiết bài tập. Các bài toán tính thể tích khối tròn xoay khá đa dạng: các hàm số có khi hàm đa thức, hàm hữu tỉ, hàm lượng giác.

* *Tiêu chuẩn về lí do tồn tại*

Lí do tồn tại của các kiểu nhiệm vụ hoàn toàn không được nêu ra tường minh trong các tiết dạy học.

* *Tiêu chuẩn thỏa đáng*

Các kiểu nhiệm vụ đã xuất hiện cần thiết cho HS trong các kì thi sắp tới. Tuy nhiên, thiếu vắng các kiểu nhiệm vụ về tính thể tích vật thể có trong thực tế với hình dạng khối tròn xoay, kiểu nhiệm vụ về tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng xung quanh trục Oy .

4.1.2. Đánh giá kĩ thuật

* *Vấn đề xây dựng*

Kĩ thuật τ_1 được GV xây dựng như SGK, kĩ thuật $\tau_2(g(x) = 0)$ được GV xây dựng thông qua ví dụ 1, kĩ thuật $\tau_2(g(x) \neq 0)$ được GV xây dựng thông qua bài tập 6 và kĩ thuật này được GV xây dựng tường minh còn SGK thì ngầm ẩn không xây dựng.

* *Dễ sử dụng, dễ hiểu*

Gắn với các kĩ thuật đã nêu thì tính dễ sử dụng và dễ hiểu dường như luôn đi liền với nhau. Kĩ thuật τ_1 , kĩ thuật $\tau_2(g(x) = 0)$ dễ sử dụng, kĩ thuật $\tau_2(g(x) \neq 0)$ hơi khó sử dụng, tuy nhiên nếu nắm vững kĩ thuật thì nó sẽ trở nên đơn giản hơn.

* *Tầm ảnh hưởng, khả năng vận hành*

Nhìn chung, GV đã ít nói ra tường minh và cũng không tạo điều kiện cho HS tự nhận ra tầm ảnh hưởng, ưu điểm và nhược điểm của từng kĩ thuật.

* *Sự tiến triển*

Kĩ thuật τ_1 có khả năng tiến triển: $f(x)$ có thể là đa thức, hàm hữu tỉ, hàm lượng giác,... Kĩ thuật τ_2 có khả năng tiến triển: có thể mở rộng tính thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi hơn 2 đường cong.

4.1.3. Đánh giá công nghệ

Yếu tố công nghệ của các kĩ thuật τ_1 , kĩ thuật τ_2 được thể chế hóa rõ ràng.

4.2. Tổ chức didactic

* *Thời điểm gặp gỡ đầu tiên*

Thời điểm gặp gỡ đầu tiên đối với kiểu nhiệm vụ T_1 là lúc GV đối thoại với HS (đoạn [4-15]). Kiểu nhiệm vụ T_1 hoàn toàn mới lạ đối với HS và kiểu nhiệm vụ này thật sự xuất hiện khi GV đã tìm ra công thức (1).

Thời điểm gặp gỡ đầu tiên với kiểu nhiệm vụ T_2 là lúc GV bắt đầu bài tập D6 (đoạn [48-50]): Tính thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay (D6) quanh trục Ox .

Các kiểu nhiệm vụ này xuất hiện không vì nhu cầu thực tế hay ràng buộc sinh thái nào mà vì yêu cầu bài tập trong SGK, nhu cầu giải quyết bài tập trong SBT.

** Thời điểm nghiên cứu kiểu nhiệm vụ và xây dựng kĩ thuật*

Thời điểm xây dựng kĩ thuật τ_1 diễn ra ngay từ lúc bắt đầu xây dựng công thức (1) và khi GV yêu cầu HS làm ví dụ 1. Kĩ thuật mà GV xây dựng công thức giống SGK (yếu tố công nghệ để triển khai kĩ thuật τ_1), còn kĩ thuật trong lời giải của ví dụ 1 mà GV yêu cầu HS giải là τ_1 . Thời điểm này diễn ra dưới hình thức hợp tác giữa GV và HS trong đó GV đóng vai trò chủ đạo, HS theo dõi và làm theo yêu cầu của GV.

Đối với kiểu nhiệm vụ T_2 , thời điểm xây dựng kĩ thuật τ_2 được GV xây dựng khá tường minh thông qua bài tập D6. Quá trình xây dựng được minh họa bởi đoạn [63-66] của tiết bài tập, trong khi SGK cũng như SBT ngầm ẩn không xây dựng cụ thể mà chỉ giới thiệu qua ví dụ 4 SBT. Thời điểm này cũng diễn ra dưới hình thức GV giải, HS theo dõi và làm theo yêu cầu của GV.

** Thời điểm xây dựng môi trường công nghệ - lí thuyết*

Thời điểm này chỉ thực sự xảy ra đối với kĩ thuật τ_1 và τ_2 . Đó chính là lúc GV và HS cùng hợp tác xây dựng công thức (1) và công thức (2), trong đó GV đóng vai trò chủ đạo, HS chỉ trả lời câu hỏi và thực hiện theo yêu cầu của GV.

** Thời điểm làm việc với kĩ thuật*

Thời điểm này diễn ra khi HS được yêu cầu làm các ví dụ và bài tập. Kĩ thuật trong thời điểm này chủ yếu là τ_1 và τ_2 được thực hiện dưới hình thức GV gọi HS lên bảng giải, GV và cả lớp cùng hoàn chỉnh.

** Thời điểm thể chế hóa*

Thời điểm này xuất hiện rải rác trong hai tiết học, GV đóng vai trò chủ chốt. Mọi vấn đề cần thể chế hóa đều được GV thực hiện bằng cả lời nói, chữ viết. Gắn với thể chế hóa bằng lời nói thì các kĩ thuật giải được GV lặp lại nhiều lần trong tiết lí thuyết và tiết bài tập.

** Thời điểm đánh giá*

Thời điểm này được thực hiện đan xen trong tiết dạy. GV và HS đánh giá về các câu trả lời của HS. GV đánh giá về kĩ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ. Việc đánh giá này thường được thực hiện bằng lời nói.

5. Kết luận

Phân tích thực hành dạy học của GV cho thấy: GV đã xoáy trọng tâm vào việc xây dựng tổ chức toán học gắn với kiểu nhiệm vụ T_1 “*Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục Ox* ” và T_2 “*Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ xung quanh trục Ox* ”. Tuy nhiên vẫn còn tồn tại một số vấn đề sau:

Lí do tồn tại của các kiểu nhiệm vụ hoàn toàn không được nêu ra tường minh trong các tiết dạy học, thiếu vắng những tình huống giúp HS nhận ra tầm ảnh hưởng của từng kĩ thuật.

Kiểu nhiệm vụ tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng xung quanh trục Oy hoàn toàn không xuất hiện trong thực tế dạy học của GV. Điều này chưa phù hợp với kết quả nghiên cứu của SGK, SBT.

Trong suốt 2 tiết dạy, GV có 1 lần nhắc đến “cái lu” và nói có hình dạng khối tròn xoay, GV không quan tâm việc dùng tích phân có thể tính thể tích của chúng được không? Chứng tỏ GV có nghĩ đến những bài toán tính thể tích vật thể có trong thực tiễn với hình dạng khối tròn xoay nhưng GV chưa tạo điều kiện cho HS áp dụng. Nhìn chung, câu hỏi nghiên cứu Q được trả lời một cách thỏa đáng.

Trong xu hướng dạy học cần xem xét đến việc HS có sử dụng kiến thức trong thực tiễn hay không, GV đề xuất các kiểu nhiệm vụ gắn liền với các bài toán thực tiễn và yêu cầu HS vận dụng toán học để giải chúng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Annie, B., Claude, C., Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến. (2009). *Những yếu tố cơ bản của Didactic Toán*. TP Hồ Chí Minh: NXB Đại học Quốc Gia TP Hồ Chí Minh.
- Chevallard, Y., Bosch, M. (1999). La sensibilité de l' activité mathématique aux ostensifs, *Objet d'étude et problématique. Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 19/1, pp. 77-124.
- Trần Văn Hạo, Lê Thị Thiên Hương, Nguyễn Thu Nga, Phạm Phú, Nguyễn Tiến Tài, Cán Văn Tuất. (2008). *Giải tích 12*. Hà Nội :NXB Giáo dục Việt Nam.
- Trần Văn Hạo, Vũ Tuấn, Lê Thị Thiên Hương, Nguyễn Tiến Tài, Cán Văn Tuất. (2008). *Giải tích 12 – Sách Giáo viên*. NXB Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.
- Đào Hồng Nam. (2011). Phân tích thực hành hoạt động giảng dạy của giảng viên qua tiết học về mô hình ngưỡng P-K. *Tạp chí Khoa học ĐHSP TP Hồ Chí Minh*, 28(62), 71-80.
- Lê Văn Tiến. (2005). *Phương pháp dạy học môn toán ở trường phổ thông*. TP Hồ Chí Minh: NXB Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh.
- Vũ Tuấn, Lê Thị Thiên Hương, Nguyễn Thu Nga, Phạm Phú, Nguyễn Tiến Tài, Cán Văn Tuất. (2008). *Bài tập Giải tích 12*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

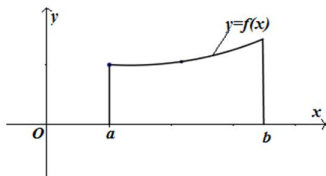
PHỤ LỤC

BIÊN BẢN GHI LẠI DIỄN BIẾN CÁC TIẾT DẠY HỌC ĐÃ ĐƯỢC QUAN SÁT

I. Tiết lí thuyết

Tiết học bắt đầu lúc 7 giờ 55 phút

1. GV: Em nào nhắc lại cho thầy, vừa qua các em đã được học ứng dụng nào của tích phân?
2. HS: Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng.
3. GV: Vừa nói, vừa vẽ hình.



4. GV: Ta đã biết hình phẳng được giới hạn bởi 4 đường
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases} \quad (a < b).$$

5. GV: Em nào hãy nhắc lại cách tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 4 đường trên?

6. HS: $s = \int_a^b |f(x)| dx$.

7. GV: Khi quay hình phẳng xung quanh trục Ox ta được khối gì mấy em?

8. HS: khối đa diện.

9. GV: Chưa đúng, em nào có ý kiến khác?

10. HS: khối trụ.

11. GV: Chưa đúng lắm.

12. HS: Khối tròn xoay.

13. GV: Đúng rồi.

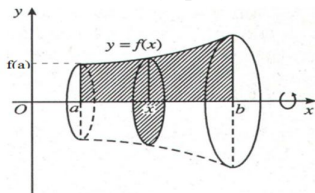
14. GV: Vậy khối tròn xoay này ta tính thể tích của chúng như thế nào mấy em?

15. GV: Các em quan sát theo thầy nha!

16. GV: Vừa nói vừa vẽ hình lên bảng.

17. GV: Thầy mô tả khối tròn xoay cho các em xem nhé!

18. GV: Khi thầy quay hình phẳng quanh trục Ox , hình vẽ sẽ như thế này.



19. GV: Hình dạng mặt trước, mặt sau là hình gì?

20. HS: Hình tròn.

21. GV: Vậy công thức tính diện tích của chúng là gì?

22. HS: $S = \pi \cdot R^2$

23. GV: Từ hình vẽ, $f(a)$ có phải là bán kính không?

24. HS: Phải.
 25. GV: Vậy khi x thay đổi từ a đến b thì bán kính $R = f(x)$.
 26. GV: Gọi V là thể tích khối tròn xoay thì $V = \int_a^b \pi \cdot f^2(x) dx$
 27. GV vừa nói vừa ghi lên bảng.
 28. GV: Vậy hôm nay chúng ta học tiếp bài ứng dụng tích phân là.

Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng quanh trục Ox .

Bài toán: Tính thể tích khối tròn xoay khi quay miền D : $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases} (a < b)$ quanh trục Ox .

Ox.

29. GV vừa đọc vừa ghi lên bảng.

Gọi V là thể tích cần tìm: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ (1)

30. GV: $y = 0$ cố định, $y = f(x)$ thay đổi.
 31. GV vừa đọc vừa ghi lên bảng.

Ví dụ 1. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay miền D : $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ quanh trục Ox .

32. GV: Các em quan sát miền D đúng dạng công thức chưa? Em nào có thể áp dụng được?
 33. GV quan sát cả lớp, GV nhìn lên bảng thấy hình vẽ trên bảng, GV nói với các em.
 34. GV: Hình vẽ của thầy giống cái lu hả mấy em.
 35. GV: Vậy các lu ở nhà có phải là hình dạng khối tròn xoay không mấy em?
 36. HS: Phải.
 37. GV: Quay lại ví dụ 1, em nào có thể áp dụng được?
 38. Huỳnh, em lên bảng giải cho thầy.

39. HS: Gọi V là thể tích cần tìm: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx = \pi \int_1^2 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_1^2 = \frac{31\pi}{5}$ (đvtt)

40. GV: Các em nhận xét gì em thầy xem bạn giải đúng không?

41. HS: Đúng.

42. GV: Chúng ta cùng kiểm tra nha mấy em.

43. GV: Vậy bạn giải đúng hết rồi ha mấy em.

44. GV: Rồi, chúng ta đã giải quyết xong bài toán tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình

phẳng giới hạn bởi các đường $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases} (a < b)$.

45. Vậy sau này nếu gặp những dạng toán có đủ các đường như thế chúng ta cứ áp dụng công thức thầy vừa cung cấp ở trên là xong nha các em.

46. GV: Chúng ta sẽ xét tiếp ví dụ sau:

Ví dụ 2. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay miền D:

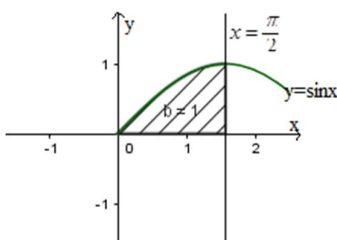
$$\begin{cases} y = \sin x \\ y = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ quanh trục } Ox.$$

47. GV: Các em quan sát miền D đúng dạng công thức chưa? Các em có thể áp dụng được chưa?

48. HS: Thưa thầy, ví dụ 2 chưa thể áp dụng được vì còn thiếu một đường.

49. GV: Vậy chúng ta tìm cách giải cho bài toán này nha mấy em.

50. GV: Chúng ta có thể phác họa miền D như sau:



51. GV: Từ hình vẽ ta thấy đồ thị $y = \sin x$ cắt trục Ox tại $x=0$ nha mấy em.

52. GV: Vậy làm sao ta tìm được $x=0$ này? [Điều này có nghĩa là tìm a]

53. GV: Chúng ta phải giải phương trình $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

54. GV: Khi đó miền D trở thành:

$$\begin{cases} y = \sin x \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

55. GV: Chúng ta xem miền D lúc này giống dạng công thức chưa mấy em?

56. GV: Vậy em nào có thể lên bảng giải được bài này?

57. GV: $\sin^2 x$ lấy nguyên hàm như thế nào mấy em?

58. HS: Hạ bậc.

59. GV: Ly, em giải bài này cho thầy.

$$60. \text{ HS: } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2x) dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4} \text{ (đvt)}$$

61. GV: Các em nhận xét giùm thầy xem bạn giải đúng không?

62. HS: Đúng.

63. GV: Chúng ta cùng kiểm tra nha mấy em.

64. GV: Vậy bạn giải đúng hết rồi ha mấy em.

65. GV: Mấy em ghi bài vào.

66. GV: Vậy qua các ví dụ 2 chúng ta có thể đưa ra các bước để giải bài toán tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng xung quanh trục Ox .

B1: Tìm đủ các đường giới hạn của miền quay xung quanh trục Ox .

B2: Áp dụng công thức $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

67. GV: Ta xét tiếp ví dụ 3 nha mấy em.

Ví dụ 3. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay miền D: $\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ quanh trục Ox .

68. GV: Các em xem có giống các ví dụ trước không?

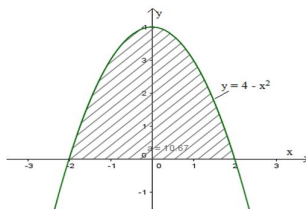
69. HS: Không, miền D ở ví dụ 3 chỉ được giới hạn bởi 2 đường cong.

70. GV: Vậy theo quy trình các bước giải chúng ta giải nha mấy em.

71. GV: Xét phương trình hoành độ giao điểm $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi đó miền D trở thành: $\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$

72. GV: Ta vẽ phát họa hình ra nha mấy em.



73. GV: Vậy chúng ta tính thể tích được chưa?

74. GV: Em nào có thể giải cho thầy?

75. GV: Trán, em lên bảng giải giùm thầy.

76. HS: Gọi V là thể tích cần tìm $V = \pi \int_{-2}^2 (4 - x^2)^2 dx$

77. GV: Muốn giải tiếp ta phải làm sao em?

78. HS: Thưa thầy em khai triển hằng đẳng thức.

79. GV: Giải tiếp đi em.

80. HS: $V = \pi \int_{-2}^2 (16 - 8x^2 + x^4) dx = \pi \left(16x - \frac{8}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{512\pi}{15} \text{ (đvtt)}$

81. GV: Vậy qua ví dụ 2, ví dụ 3 chúng ta cần nhớ điều gì hả các em?

82. HS: Khi miền D của hình phẳng không đủ 4 đường ta tìm đủ 4 đường và áp dụng công thức (1).

83. GV: Nếu cần thiết các em có thể phát họa hình vẽ để bài toán dễ dàng hơn nha các em.

84. GV: Vậy tới đây ngoài các công thức tính thể tích khối tròn xoay mà các em đã được học trong phần hình học, các em đã biết thêm 1 cách tính thể tích khối tròn xoay đó là dùng ứng dụng của tích phân nha các em.

85. GV: Các em về nhà làm bài tập SGK cho thầy nha!

Trống trường đã kết thúc tiết học và thời gian lúc này là 8 giờ 40 phút.

II. Tiết bài tập

Lúc 9 giờ 0 phút. Mở đầu tiết học GV hỏi các em HS.

1. GV: Tiết trước các em đã làm một số ví dụ ứng dụng tích phân để tính thể tích khối tròn xoay phải không mấy em?

2. GV: Vậy tiết này chúng ta sẽ làm thêm một số bài tập nữa nha các em.

3. GV ghi tựa bài tập: **BÀI TẬP**

4. GV vừa nói vừa viết:

Thể tích vật thể được tạo thành khi quay miền D:
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases} \quad (a < b) \text{ quanh trục } Ox.$$

5. GV: Em nào hãy nhắc lại công thức tính thể tích cho thầy? Gọi 1 HS.

6. HS: Trình, thưa thầy $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

7. GV: Hôm nay chúng ta làm bài tập ứng tích phân để tính thể tích khối tròn xoay.

8. GV: Chúng ta bắt đầu giải bài tập nha mấy em.

9. GV vừa nói vừa ghi:

Tính thể tích vật thể được tạo thành khi quay miền (D) quanh trục Ox.

1/ (D1): $\begin{cases} y = \cos x \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = \pi \end{cases}$ 2/ (D2): $\begin{cases} y = x^4 - x^2 \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ 3/ (D3): $\begin{cases} y = 2x \\ y = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

10. GV: Em nào nêu cách làm bài tập 1? Chánh.

11. HS: Đúng dạng công thức ta chỉ áp dụng.

12. GV: Vậy Chánh, em lên bảng giải bài tập 1 cho thầy.

13. GV: Bài tập 2 cách giải như thế nào? Đua.

14. HS: Thưa thầy đúng dạng ta chỉ áp dụng công thức

15. GV: Vậy Đua, em lên bảng giải bài tập 2 này cho thầy.

16. GV: Tương tự bài tập 3 chúng ta giải như thế nào mấy em? Tiên.

17. HS: Ta tìm thêm một cận x rồi mới áp dụng công thức.

18. GV: Vậy em lên bảng giải bài tập 3 cho thầy nha!

19. HS: Chánh, gọi V là thể tích cần tìm, khi đó:

$$V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx = \pi \int_0^{\pi} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} (1 + \cos 2x) dx$$

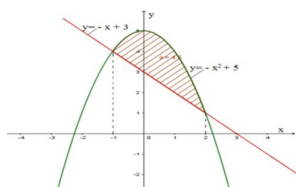
$$= \frac{\pi}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{2} \left(\pi + \frac{1}{2} \sin 2\pi \right) = \frac{\pi^2}{2} \text{ (đvtt)}.$$

20. GV: Các em nhận xét cho thầy bài giải của em Chánh, xem đúng chưa mấy em?

21. HS: Cả lớp, đúng rồi thầy ơi.

22. GV: Chúng ta cùng kiểm tra lại nha mấy em.

23. GV: Đúng hết nha mấy em.
24. HS: Đua, gọi V là thể tích cần tìm, khi đó:
- $$V = \pi \int_0^1 (x^4 - x^2)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^8 - 2x^6 + x^4) dx = \pi \left(\frac{1}{9} x^9 - \frac{2}{7} x^7 + \frac{1}{5} x^5 \right) \Big|_0^1 = \pi \left(\frac{1}{9} - \frac{2}{7} + \frac{1}{5} \right) = \frac{8\pi}{315} \text{ (đvtt)}$$
25. GV: Các em nhận xét cho thầy bài giải của em Đua, xem đúng chưa mấy em?
26. GV: Thầy mời Sơn.
27. HS: Sơn, em chưa đọc tới.
28. GV: Kha.
29. HS: Kha, dạ thưa thầy đúng.
30. GV: Chúng ta cùng kiểm tra lại nha mấy em.
31. GV: Đúng hết nha mấy em, các em sửa bài vào.
32. HS: Tiên giải bài tập 3, ta có phương trình hoành độ giao điểm $2x = 0 \Leftrightarrow x = -2$
33. GV: Em xem kĩ lại coi $x = -2$ đúng chưa?
34. HS: Dạ em lộn $2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$
35. GV: Các em kiểm tra bài tập 3 cho thầy?
36. HS: Dạ đúng (cả lớp).
37. GV: Chúng ta kiểm tra lại nha mấy em.
38. GV: Đúng nha mấy em.
39. GV: Thầy cho Chánh 10 điểm, Đua 10 điểm, Tiên 9 điểm do có sai sót chỗ giải phương trình.
40. GV vừa nói vừa ghi: Thầy nhờ một em nêu cách giải và lên bảng giải bài tập 4 cho thầy
- 4/ (D4):** $\begin{cases} y = 2x - x^2 \\ y = 0 \end{cases}$
41. GV: Thầy mời Trần.
42. HS: Trần, tìm giao điểm của hai đường và áp dụng công thức.
43. GV: Lên bảng giải đi em.
44. GV: Tương tự bài tập D5.
- 5/ (D5):** $\begin{cases} y = -x^2 + 1 \\ y = 0 \end{cases}$
45. GV: Thu.
46. HS: Tìm giao điểm của hai đường và áp dụng công thức.
47. GV: Thu lên bảng giải bài tập D5.
48. GV: Bài tập 6
- 6/ (D6):** $\begin{cases} y = -x^2 + 5 \\ y = -x + 3 \end{cases}$
49. GV: Thầy mời Tuấn.
50. HS: Tuấn, tìm giao điểm của hai đường và áp dụng công thức.
51. GV: Chúng ta xem có đúng dạng công thức chưa, nếu chưa đúng chúng ta vẽ hình xem thử.
52. GV vẽ hình bài tập D6 và sau đó cùng các em chỉnh sửa bài tập D4, bài tập D5.
53. GV: Vẽ hình:



54. GV: Chúng ta xem bài tập D4 nha mấy em.

55. HS: Trần giải, ta có phương trình hoành độ giao điểm $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi đó (D4): $\begin{cases} y = 2x - x^2 \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$, gọi V là thể tích cần tìm, ta có:

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15} \text{ (đvtt)}$$

56. GV: Chánh, nhận xét cho thầy?

57. HS: Chánh, dạ đúng.

58. GV: Chúng ta kiểm lại nha mấy em.

59. GV: Đúng ha.

60. HS: Thu giải: ta có phương trình hoành độ giao điểm $-x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Khi đó (D5): $\begin{cases} y = -x^2 + 1 \\ y = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$, gọi V là thể tích cần tìm, ta có:

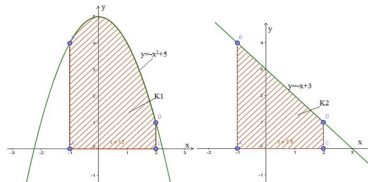
$$V = \pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 1)^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{16\pi}{15} \text{ (đvtt)}$$

61. GV: Chúng ta cùng kiểm tra bài tập D5 nha mấy em.

62. GV: Đúng nha mấy em.

63. GV hướng dẫn bài tập D6.

64. GV: Chúng ta chia bài tập D6 thành 2 phần:



65. GV: Ta xem K1 là miền khi quay hình phẳng quanh trục Ox có thể tích $V1$, K2 là miền khi quay hình phẳng quanh trục Ox có thể tích $V2$. Khi đó $V1 - V2 =$ Kết quả.

66. GV: Nếu làm vậy rất cực, do đó ta có thể biến đổi công thức như sau:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx - \pi \int_a^b g^2(x) dx = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx \quad (2)$$

Khi xây dựng lí thuyết xong, GV chuyển sang thời điểm *thể chế hóa*.

67. GV: Vậy sau này nếu chúng ta gặp bài toán tính thể tích khối tròn xoay khi hình phẳng quanh trục Ox được giới hạn bởi hai đường cong $f(x), g(x)$ ta thực hiện các bước sau:

B1: giải phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = g(x)$

B2: Áp dụng công thức: $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$

68. GV: Vậy chúng ta cùng giải bài tập 6 nha mấy em.

69. GV vừa nói vừa ghi, xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2 + 5 = -x + 3$

$$\Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó, gọi V là thể tích cần tìm, ta có:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-1}^2 |(-x^2 + 5)^2 - (-x + 3)^2| dx = \pi \int_{-1}^2 |(x^4 - 10x^2 + 25 - x^2 + 6x - 9)| dx \\ &= \pi \int_{-1}^2 |(x^4 - 11x^2 + 6x + 16)| dx = \pi \left| \left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{11}{3}x^3 + 3x^2 + 16x \right) \right|_{-1}^2 = \frac{153\pi}{5} \text{ (đvtt)} \end{aligned}$$

70. GV: Như vậy chúng ta đã hoàn thành xong 6 bài tập rồi nha mấy em, về nhà các em bài tập sau:

71. BT: Tính thể tích vật thể được tạo thành khi quay miền (D) sau quanh trục Ox

$$7/ \text{ (D7): } \begin{cases} y = x^2 - 4x + 6 \\ y = -x^2 - 2x + 6 \end{cases}$$

$$8/ \text{ (D8): } \begin{cases} y = x^2 \\ y = 5x \end{cases}$$

$$9/ \text{ (D9): } \begin{cases} y = x^2 \\ y = -3x + 10 \end{cases}$$

$$10/ \text{ (D10): } \begin{cases} y = \frac{4}{4-x} \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

72. GV: Vậy tới đây chúng ta biết thêm một dạng mới, tính thể tích vật thể được tạo thành khi quay miền (D) sau quanh trục Ox , (D) được giới hạn bởi $\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}$ với $g(x) \neq 0$ nếu ta áp dụng công thức này thì ta có thể giải quyết bài toán này một cách dễ dàng nha các em.

73. GV: Tiết học đến đây kết thúc nha các em.

Tiết học kết thúc lúc 9 giờ 45 phút.