



ISSN: 1859-3100

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH  
**TẠP CHÍ KHOA HỌC**

KHOA HỌC GIÁO DỤC  
Tập 16, Số 4 (2019): 40-52

Email: tapchikhoahoc@hcmue.edu.vn; Website: http://tckh.hcmue.edu.vn

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION  
**JOURNAL OF SCIENCE**

EDUCATION SCIENCE  
Vol. 16, No. 4 (2019): 40-52

## NGHIÊN CỨU NĂNG LỰC GIAO TIẾP TOÁN HỌC CỦA HỌC SINH TRONG MỘT TÌNH HUỐNG DẠY HỌC ĐẠO HÀM

Lê Thái Bảo Thiên Trung<sup>1\*</sup>, Vương Vĩnh Phát<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh

<sup>2</sup> Trường Đại học An Giang

\* Tác giả liên hệ: Lê Thái Bảo Thiên Trung – Email: trunglbt@hcmue.edu.vn

Ngày nhận bài: 13-02-2019; ngày nhận bài sửa: 26-3-2019; ngày duyệt đăng: 24-4-2019

### TÓM TẮT

Theo yêu cầu trong chương trình môn Toán của nhiều quốc gia trên thế giới, năng lực giao tiếp toán học là một trong những năng lực cốt lõi cần hình thành và phát triển ở học sinh trong quá trình dạy học Toán. Trong nghiên cứu này, chúng tôi vận dụng những giai đoạn khác nhau của phương pháp ACODESA của Hitt & González-Martín (2014) dựa trên học tập hợp tác, tranh luận khoa học và tự suy xét để thiết kế một tình huống dạy học đạo hàm nhằm giúp học sinh hiểu rõ hơn về ý nghĩa hình học của đạo hàm và góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học của học sinh. Ngoài ra, chúng tôi cũng đánh giá năng lực giao tiếp toán học của học sinh trong giai đoạn làm việc nhóm bằng cách áp dụng một thang đánh giá năng lực giao tiếp toán học của Cai et al. (1996).

**Từ khóa:** giao tiếp toán học, năng lực giao tiếp toán học, tranh luận khoa học, phương pháp ACODESA, đạo hàm.

### 1. Mở đầu

Dạy học Toán ở nước ta trong một vài năm gần đây đã từng bước chuyển từ chương trình định hướng nội dung sang chương trình định hướng phát triển phẩm chất, năng lực. Mục tiêu đầu tiên được mô tả trong chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (CT Toán) của Bộ Giáo dục và Đào tạo, ban hành vào tháng 12 năm 2018, là:

a) Hình thành và phát triển năng lực toán học bao gồm các thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.” (tr. 6)

Các yêu cầu về năng lực giao tiếp toán học cấp trung học phổ thông trong dự thảo thể hiện trên bốn nhóm biểu hiện của học sinh (HS): nhóm 1 về khả năng nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép các thông tin toán học; nhóm 2 về khả năng trình bày, diễn đạt; nhóm 3 về khả năng sử dụng ngôn ngữ toán học, ngôn ngữ tự nhiên và nhóm 4 về sự tự tin trong giao tiếp. Việc hình thành các nhóm năng lực này được dự thảo nhấn mạnh thông qua “sự tương tác với người khác” và sự tương tác được định hướng bởi các hoạt động “thảo luận, tranh luận”.

Mục đích của nghiên cứu này là thiết kế một tình huống dạy học đạo hàm trong đó có pha tranh luận để thúc đẩy giao tiếp toán học, song song đó, chúng tôi sẽ thử đo lường năng lực giao tiếp toán học của học sinh khi làm việc nhóm.

## 2. Nội dung

Trong phần này, chúng tôi sẽ trình bày một số khái niệm về giao tiếp toán học; năng lực giao tiếp toán học; tranh luận khoa học; phương pháp dạy học dựa trên học tập hợp tác, tranh luận khoa học và tự suy xét (phương pháp dạy học ACODESA) và khung đánh giá năng lực giao tiếp toán học của HS.

### 2.1. *Giao tiếp toán học*

Tác phẩm Principles and Standards for School Mathematics (tạm dịch: Các Nguyên tắc và Tiêu chuẩn cho Toán học nhà trường) do Hội đồng Quốc gia Giáo viên (GV) Toán của Mỹ phát hành vào năm 2000, gọi tắt là NCTM (2000) mở đầu về chủ đề này như sau:

Giao tiếp là một phần thiết yếu của toán học và giáo dục toán học. Đó là cách thức chia sẻ các ý tưởng và làm rõ những gì mình hiểu. Thông qua giao tiếp ý tưởng sẽ trở nên đối tượng để suy gẫm, cải thiện, thảo luận và chỉnh sửa. Quá trình giao tiếp cũng giúp xây dựng nên ý nghĩa bền vững cho những ý tưởng toán học đối với cộng đồng. [...] Những HS có cơ hội, được khuyến khích và được hỗ trợ nói, viết, đọc và lắng nghe trong lớp học toán sẽ thu được lợi ích kép: họ giao tiếp để học toán và họ học để giao tiếp toán học. (tr. 60)

Vũ Thị Bình (2016) cho rằng:

Giao tiếp toán học là giao tiếp diễn ra giữa GV-HS, giữa HS-HS trong quá trình dạy học toán, quá trình này sử dụng ngôn ngữ toán học là phương tiện quan trọng và chủ yếu để tiếp nhận và chuyển tải các ý tưởng toán học, kiến thức toán học, đưa ra lập luận, chứng minh, giải quyết vấn đề nhằm đạt được mục tiêu học tập môn toán. (tr. 49)

Chúng tôi sẽ hiểu về giao tiếp toán học theo quan điểm của Emori (2008). Quan điểm này nhấn mạnh rằng cần hiểu về giao tiếp toán học (GTTH) theo nghĩa rộng hơn là chỉ nghe, nói, đọc và viết trong dạy học Toán.

Vì vậy, chúng ta cần có một mô hình giao tiếp toán học khác. Đó là mô hình giao tiếp toán học theo nghĩa rộng. Trong mô hình này, giao tiếp bao gồm giải quyết vấn đề, lập luận, kết nối và giao tiếp theo nghĩa hẹp. (Emori, 2008, tr. 74).

### 2.2. *Năng lực giao tiếp toán học*

Năng lực là một thuật ngữ được sử dụng cả trong khoa học và ngôn ngữ hằng ngày. Có nhiều cách định nghĩa khác nhau về khái niệm năng lực. Trong nghiên cứu của mình, chúng tôi sẽ tham chiếu theo định nghĩa của PISA (2013):

“Năng lực toán học là khả năng của một cá nhân thiết lập công thức, vận dụng và giải thích toán học trong nhiều ngữ cảnh khác nhau. Nó bao gồm suy luận toán học và sử dụng các khái niệm, phương pháp, sự việc và công cụ để mô tả, giải thích và dự đoán các hiện tượng. Nó giúp cho các cá nhân nhận ra vai trò của toán học trên thế giới và đưa ra các ý kiến và quyết định có cơ sở bởi những góp ý, tham gia và suy ngẫm của công dân.” (tr. 25)

Dựa trên các biểu hiện về năng lực giao tiếp toán học mô tả trong Chương trình Toán (2018) và định nghĩa của PISA (2013), chúng tôi hiểu năng lực giao tiếp toán học là khả năng của một cá nhân:

- Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép được các thông tin toán học cần thiết được trình bày dưới dạng văn bản toán học hay do người khác nói hoặc viết ra;
- Trình bày, diễn đạt (bằng cách nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác;
- Sử dụng được hiệu quả ngôn ngữ toán học (chữ số, chữ cái, kí hiệu, biểu đồ, đồ thị, các liên kết logic...) kết hợp với ngôn ngữ thông thường hoặc động tác hình thể khi trình bày, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học trong sự tương tác (thảo luận, tranh luận) với người khác;
- Thể hiện được sự tự tin khi trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến Toán học. (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018, tr. 14 -15)

Một trong những tiêu chuẩn để thiết kế chương trình và tổ chức hoạt động học tập môn Toán theo NCTM (2000) là thúc đẩy giao tiếp toán học. Nghĩa là chương trình môn Toán nên được thiết kế sao cho mọi học sinh đều có cơ hội:

- Tổ chức và củng cố ý tưởng toán học của họ thông qua giao tiếp;
- Giao tiếp các ý tưởng toán học của mình một cách chặt chẽ và rõ ràng với các bạn học, giáo viên và những người khác;
- Phân tích và đánh giá các ý tưởng toán học và các chiến lược của người khác;
- Sử dụng ngôn ngữ toán học để truyền đạt một cách chính xác các ý kiến toán học.

(tr. 60)

### 2.3. *Đánh giá năng lực giao tiếp toán học của học sinh*

Khi chúng ta đã xác định giao tiếp là điều cần để học, hiểu và làm toán thì vấn đề đánh giá năng lực giao tiếp toán học của HS phải được tính đến. Theo đề xuất của NCTM (1989), khi đánh giá năng lực giao tiếp toán học của HS, chúng ta nên xem xét các khía cạnh:

- Biểu diễn các ý tưởng toán học bằng cách nói, viết, chứng minh và miêu tả ý tưởng một cách trực quan;
- Hiểu, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học khi các ý tưởng này được trình bày bằng cách viết, nói hoặc hình thức trực quan;
- Sử dụng từ vựng toán học, kí hiệu và cấu trúc để tượng trưng cho các ý tưởng, mô tả các mối quan hệ và những tình huống mô hình. (tr. 214)

Theo Lane et al. (1992), để đánh giá những kĩ năng giao tiếp toán học của HS, GV có thể hỏi như sau: Giải thích làm thế nào bạn tìm thấy câu trả lời; chỉ ra làm thế nào bạn tìm thấy câu trả lời; giải thích câu trả lời của bạn và cho một ví dụ; mô tả một hình mẫu; giải thích cách bạn tìm được ước lượng đó; viết ra lời giải thích biện minh cho câu trả lời của bạn; chỉ ra tất cả các công việc của bạn; giải thích suy luận của bạn và cho một ví dụ.

Trong bài báo này, chúng tôi dựa vào tiêu chuẩn định lượng của Cai et al (1996) để đánh giá năng lực giao tiếp toán học của học sinh. Tác giả đã trình bày khung đánh giá

năng lực giao tiếp toán học theo một tập hợp gồm năm mức độ, từ thấp đến cao, mức 0 là mức thấp nhất còn mức 4 là mức cao nhất (Cai et al, 1996, tr. 242).

**Bảng 1. Tiêu chuẩn định lượng để đánh giá năng lực giao tiếp toán học**

<b>Mức 0</b>	Giao tiếp không hiệu quả; các từ không phản ánh được vấn đề; có thể bao gồm các hình vẽ nhưng mô tả hoàn toàn sai vấn đề của tình huống.
<b>Mức 1</b>	Có một số yếu tố thỏa mãn nhưng không hoàn thành hoặc có thể bỏ qua những phần quan trọng của vấn đề; giải thích hoặc mô tả có thể bị thiếu hoặc khó theo dõi; có thể bao gồm một sơ đồ nhưng diễn tả không đúng vấn đề của tình huống, hoặc một sơ đồ có thể không rõ ràng và khó giải thích.
<b>Mức 2</b>	Có nhiều tiến bộ đáng kể đối với việc hoàn thành vấn đề, nhưng giải thích hoặc mô tả có thể là hơi mơ hồ hoặc không rõ ràng; có thể bao gồm một sơ đồ nhưng không hoàn thiện hoặc không rõ ràng; giao tiếp hơi mơ hồ hoặc khó giải thích; những lập luận có thể không đầy đủ hoặc có thể dựa trên lập luận logic không đúng.
<b>Mức 3</b>	Cung cấp một câu trả lời khá hoàn chỉnh, hợp lí với giải thích hoặc mô tả rõ ràng; có thể bao gồm một sơ đồ khá đầy đủ và thích hợp; nhìn chung giao tiếp hiệu quả đến đối tượng xác định; trình bày những lập luận hỗ trợ có vẻ hợp lí nhưng có thể chứa một số sai sót nhỏ.
<b>Mức 4</b>	Cung cấp một câu trả lời hoàn chỉnh, giải thích hoặc mô tả rõ ràng; có thể bao gồm một sơ đồ đầy đủ và thích hợp; giao tiếp hiệu quả đến đối tượng xác định; trình bày những lập luận hỗ trợ mạnh mẽ, hợp lí, logic; có thể bao gồm ví dụ và phản ví dụ.

#### 2.4. Tranh luận khoa học

Theo Nally (2015), một cuộc tranh luận chính thức là nơi mà nhóm người hoặc các cá nhân trình bày những ý kiến trái ngược nhau về vấn đề cụ thể dựa trên tập hợp các quy luật.

Bibby (2014) cho rằng:

Tranh luận là một cách để thử nghiệm các ý tưởng bằng cách không đồng ý với người khác. Một ý tưởng được diễn đạt như một chuyển động (đôi khi được gọi là “chủ đề” hoặc “giải pháp”) - một tuyên bố mà hai phía sẽ không đồng ý với nhau.[...]. Những người ủng hộ tuyên bố này được gọi là "khẳng định" và những người chống lại nó được gọi là "phủ định"[...]. (tr. 9)

Tranh luận có thể sử dụng trong dạy học để phát triển các kĩ năng: thuyết trình, sử dụng ngôn ngữ, đặt câu hỏi, phân tích các ý kiến; tổ chức làm việc nhóm.

Với những hình thức tổ chức dạy học dựa vào tranh luận, sự không chắc chắn là điều quan trọng và là lí do để tiến hành tranh luận. Trong dạy học Toán, sự không chắc chắn tạo ra một môi trường tự nhiên để thúc đẩy học sinh xây dựng các lập luận và sẽ nảy sinh nhu cầu trình bày một chứng minh. Tương đồng với những ý tưởng trên, Legrand (1993) và Lê Thái Bảo Thiên Trung (2017) cũng giải thích tại sao nên tổ chức tranh luận trong dạy học Toán:

“Học sinh không nhất thiết sẽ trở thành một nhà toán học chuyên nghiệp.

Tuy nhiên, là một người học Toán, với mục tiêu học hiệu quả môn Toán (theo nghĩa: Phát triển trí tuệ để hiểu những gì ta đang học, giữ lại những điều cốt lõi học được ngay cả khi chúng ta không sử dụng kiến thức này hằng ngày), học sinh cần tạm thời trở thành nhà toán học. Muốn làm được điều này, lớp học nên được tổ chức như một cộng đồng khoa học.”(Lê Thái Bảo Thiên Trung, 2017, tr. 29)

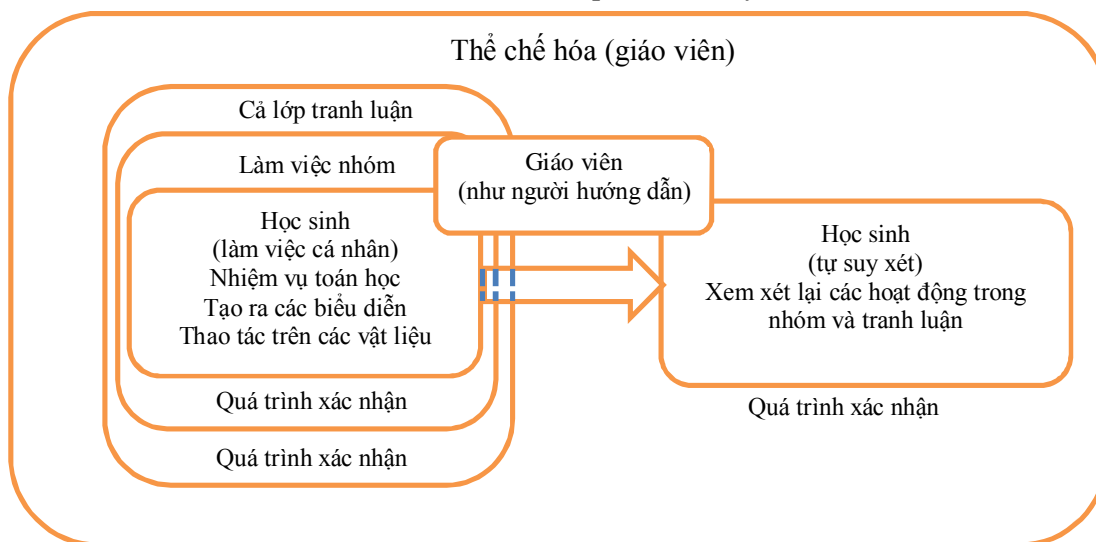
Sau khi phân tích các công trình của Bibby (2014) và Legrand (1993), chúng tôi cho rằng:

Tranh luận khoa học trong dạy học Toán là một tranh luận diễn ra trong lớp học Toán, mà ở đó lớp học được tổ chức như một cộng đồng khoa học, học sinh đóng vai các nhà khoa học đưa ra các phát biểu, lập luận để giải thích tính đúng sai của các phát biểu thông qua biện hộ và minh chứng. Trong đó chân lí được thiết lập dựa vào các tri thức toán học và các biện minh.

(Vuong Vinh Phat & Le Thai Bao Thien Trung, 2018, tr. 231).

### 2.5. Phương pháp dạy học ACODESA

Phương pháp dạy học ACODESA được Hitt & González-Martín (2015) đề xuất và áp dụng nó để nghiên cứu một tình huống dạy học về sự đồng biến thiên giữa các biến trong một quá trình mô hình hóa, tình huống được thực nghiệm ở một lớp 9 trong vùng Québec của Canada. Theo các tác giả, ACODESA là một phương pháp dạy học kết hợp giữa học tập hợp tác (collaborative learning), tranh luận khoa học (scientific debate) và tự suy xét (self-reflection). Tiến trình dạy học của ACODESA bao gồm năm giai đoạn: làm việc cá nhân, làm việc nhóm, tranh luận (trên lớp học), tự suy xét và thể chế hóa.



**Hình 2.** Năm pha khác nhau trong phương pháp ACODESA

Trong nghiên cứu thực nghiệm trình bày ở đoạn tiếp theo, chúng tôi sử dụng phương pháp dạy học ACODESA nhưng chỉ bắt đầu từ pha thứ 2 – làm việc nhóm. Lựa chọn sự

phạm này không làm mất đi tinh thần của ACODESA về học tập hợp tác, tranh luận khoa học và tự suy xét.

- Chúng tôi sẽ đánh giá năng lực giao tiếp toán học của HS khi làm việc nhóm theo các mức độ trong thang đo của Cai et al. (1996). Pha này được chúng tôi tổ chức trong Hoạt động 1.

- Trong Hoạt động 2, kết quả làm việc của mỗi nhóm ở Hoạt động 1 được ghi vào các áp phích và nộp cho giáo viên. Sau đó giáo viên chọn một áp phích nào đó của nhóm (thường là áp phích có câu trả lời sai) để dán lên bảng, từ đó bắt đầu tranh luận chung cho cả lớp học. Khi HS tranh luận giáo viên sẽ điều khiển và ghi âm lại nội dung cuộc tranh luận.

## 2.6. Nghiên cứu một ví dụ

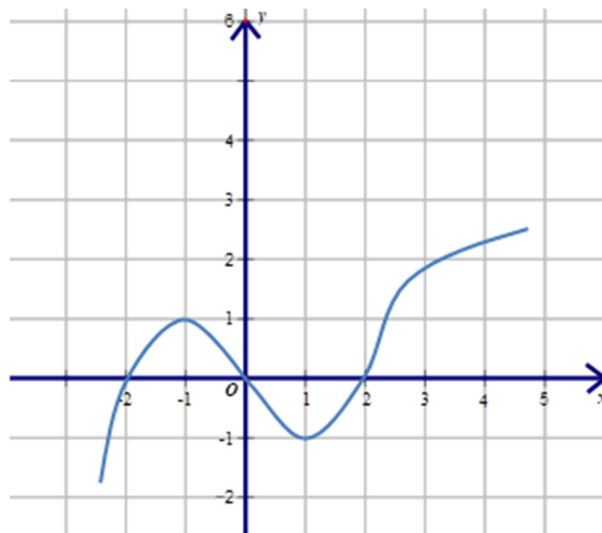
### 2.6.1. Phân tích tiên nghiệm

#### a) Hoạt động 1: làm việc nhóm

Chúng tôi lấy ý tưởng từ bài tập 17 trang 151 của Stewart (2007) để thiết kế một tình huống dạy học theo phương pháp ACODESA.

**Bài toán:** Cho hàm số  $f$  có đồ thị như Hình 1. Sắp xếp các giá trị sau theo thứ tự tăng và giải thích câu trả lời của bạn:

$$0 \quad f'(-2) \quad f'(0) \quad f'(2) \quad f'(4)$$



Biến dạy học quan trọng nhất trong tình huống này là ngôn ngữ biểu đạt hàm số. Hàm số  $f$  được biểu diễn bằng đồ thị (trên hệ trục tọa độ chia lưới) thay cho biểu diễn bằng công thức như vẫn thường thấy trong thể chế dạy học Việt Nam. Sự lựa chọn này sẽ tạo thuận lợi cho các chiến lược “hình học” (đọc và thao tác trên hình biểu diễn của đồ thị) và gây khó khăn cho các chiến lược “đại số” (thao tác trên các công thức hàm số).

Hai chiến lược sau đây có thể xuất hiện:

- **Chiến lược S1:** Xây dựng công thức hàm số

Học sinh sẽ thử tìm một công thức cho hàm số  $f$  ứng với biểu diễn đồ thị đã cho. Từ đó, họ sẽ tìm biểu thức đạo hàm rồi tính các giá trị đạo hàm để sắp xếp các giá trị đó theo thứ tự tăng. Những kết quả nghiên cứu thể chế dạy học Việt Nam về khía cạnh biểu diễn hàm số cho phép dự kiến rằng: Phần lớn học sinh sẽ bắt đầu bằng chiến lược này. Vì trong các sách giáo khoa hiện hành hầu hết các hàm số được cho bằng biểu thức đại số. Như vậy, đây có thể xem là chiến lược cơ sở.

- **Chiến lược S2:** Ước lượng hệ số góc của tiếp tuyến

Với chiến lược này, học sinh sẽ dựa trên một trong hai kiến thức có liên quan chặt chẽ với nhau sau đây:

- Hệ số góc chính là tan của góc tạo bởi tiếp tuyến với trục hoành (hay với một đường thẳng nằm ngang bất kì). Điều này cho phép biết được dấu của các giá trị đạo hàm. Sau đó so sánh chúng dựa vào độ lớn của góc tạo bởi tiếp tuyến với trục hoành.
- Đạo hàm cho biết tốc độ biến thiên của hàm số. Như vậy, sau khi đã xét dấu của hàm số theo sự tăng hay giảm của phần đồ thị chứa điểm đang xét, ta dựa vào sự biến thiên nhiều hay ít trong lân cận điểm đang xét.

Trong trường hợp này, chiến lược 2 trở nên ít tốn kém nhất và có thể cho kết quả:  $f'(0) < 0 < f'(4) < f'(-2) = f'(2)$ .

Với biểu diễn đồ thị đã chọn, một phần hình dạng của nó giống với đồ thị của hàm đa thức bậc ba trong thể chế dạy học Toán lớp 12. Tuy nhiên, phần biểu diễn đồ thị khi hoành độ lớn hơn 4 lại cho thấy đây không phải là đồ thị của hàm đa thức bậc ba. Cùng với việc biểu diễn đồ thị này trên hệ trục tọa độ chia lưới, những lựa chọn sự phạm này cho phép tạo ra những thông tin phản hồi giúp học sinh rời bỏ chiến lược S1.

*b) Hoạt động 2: Tranh luận khoa học*

Để đạt được mục tiêu giúp cả lớp tự rời bỏ chiến lược S1 và có thể hướng đến chiến lược tối ưu S2, trong pha tranh luận, giáo viên sẽ bắt đầu bằng áp phích của những nhóm sử dụng chiến lược S1 để các nhóm khác đưa ra những câu hỏi, phản biện về những điểm chưa phù hợp. Giáo viên sẽ kết thúc bằng áp phích của những nhóm chuyển sang chiến lược S2 (hay rời bỏ S1). Trong trường hợp tất cả các nhóm đều dừng ở S1, giáo viên sẽ đưa ra một áp phích giả định sau khi cả lớp nhận ra những hạn chế của chiến lược ban đầu.

*2.6.2. Phân tích hậu nghiệm*

Nghiên cứu này được thực nghiệm tại một lớp 12, Trường THPT Nguyễn Văn Thoại, huyện Thoại Sơn, tỉnh An Giang. Lớp học gồm 33 HS được chia thành 9 nhóm, mỗi nhóm gồm ba hay bốn HS. Thực nghiệm đã được diễn ra với bốn hoạt động.

*Hoạt động 1:* Làm việc nhóm, thời gian là 20 phút; *Hoạt động 2:* Tranh luận chung cho cả lớp, thời gian là 20 phút; *Hoạt động 3:* Tự suy xét (pha này học sinh làm việc ở nhà) và *Hoạt động 4:* Thể chế hóa, thời gian là 20 phút.

Nội dung làm việc nhóm ở Hoạt động 1 được mỗi nhóm trình bày trên các áp phích. Sau đó GV chọn một áp phích nào đó, thường là áp phích sai để dán lên bảng cho cả lớp tranh luận. GV ghi âm lại nội dung tranh luận của cả lớp. Sau quá trình tranh luận của HS toàn lớp học, GV thể chế hóa để giải thích tính đúng sai của các tranh luận.

a) Hoạt động 1: Làm việc nhóm

Phù hợp với dự kiến của chúng tôi, tất cả chín nhóm đã bắt đầu bằng chiến lược tìm công thức đại số ứng với đồ thị đã cho. Trong đó năm nhóm đã xây dựng được công thức đại số và bốn nhóm còn lại không tiếp tục vì nhận thấy chiến lược này tốn thời gian. Cuối cùng sáu nhóm đã chuyển sang hay sử dụng thêm chiến lược S2 để đưa ra câu trả lời.

Chẳng hạn, ta hãy quan sát lời giải khá hoàn chỉnh của nhóm số 7:

$$\begin{aligned}
 & y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \\
 & x=0 \quad y(x)=0 \rightarrow d=0 \\
 & \Rightarrow y'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \\
 & \text{Ta có: } x_1 = 1 \text{ và } x_2 = -1 \text{ là cực trị} \\
 & \rightarrow x_1, x_2 \text{ là nghiệm của pt } y'(x) = 0 \\
 & x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = -1 + 1 = 0 \rightarrow b = 0 \\
 & \Rightarrow y(x) = ax^3 + cx \\
 & \text{Tại } x=2 : 8a + 2c = 0 \\
 & x=1 : a + c = -1 \\
 & \Rightarrow y(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x \\
 & y'(x) = x^2 - \frac{4}{3} \\
 & y'(0) = -\frac{4}{3} \\
 & y'(2) = \frac{8}{3} \quad y'(-2) = \frac{8}{3} \\
 & \rightarrow y'(0) < 0 < y'(2) = y'(-2)
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} a &= \frac{1}{3}; c &= -\frac{4}{3} \end{aligned} \right. \\
 & \text{Ta có: } y(4) = 16 \neq \\
 & \Rightarrow x=4 \text{ không thuộc đ. thị h.} \\
 & y(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x
 \end{aligned} \right\}$$

Chiến lược này cho phép hai nhóm (nhóm số 7 và số 8) đã thành công trong việc so sánh  $f'(0)$ ;  $0$ ;  $f'(2)$  và  $f(2)$ . Nhưng khi xét đến  $x = 4$ , họ phát hiện ra

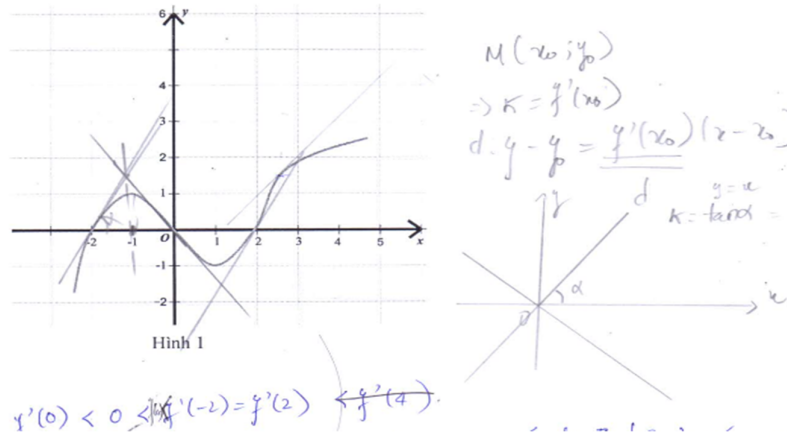
$$f(4) = \frac{4^3}{3} - \frac{4}{3} \cdot 4 = 16 \text{ không phù hợp với kết quả đọc đồ thị. Thông tin phản hồi này cho}$$

phép nhóm số 8 chuyển sang chiến lược 2:

$$\begin{aligned}
 & \text{Đọc và đề thi: } f(4) \text{ tăng ít} \Rightarrow f(4) < f(0) \text{ hơn } f(2) \text{ và } f'(-2) \Rightarrow f'(2) > 0 \\
 & \Rightarrow f(4) < f(0) < 0 < f(2) = f(0) \\
 & f(0) < 0 < f'(4) < f'(2) = f'(-2) \\
 & \left. \begin{aligned} & f(4) < f(0) = f(2) \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

Một nhóm (nhóm số 9) đã vẽ các tiếp tuyến phù hợp với chiến lược S2 mà chúng tôi đã dự kiến và đưa ra câu trả lời như chúng tôi mong đợi:



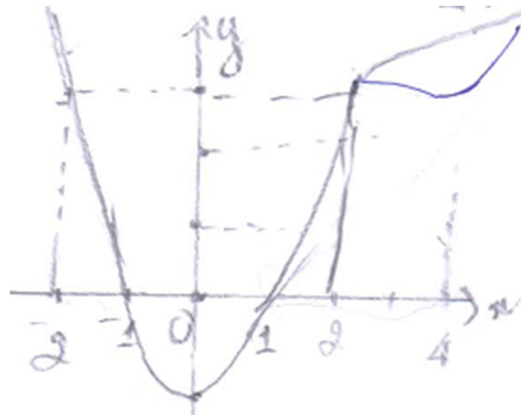


Tình huống này cũng thúc đẩy các nhóm tạo ra nhiều biểu diễn khác nhau để mô tả hàm số  $f$  và hàm số  $f'$  trong tiến trình giải quyết vấn đề.

Ba nhóm đã biểu diễn hàm số  $f$  bằng bảng biến thiên. Chẳng hạn, đây là sản phẩm của nhóm số 4:

	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$ $	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$							

Có ba nhóm vẽ phác thảo đồ thị của hàm số  $f'$  bằng cách huy động kiến thức về mối liên hệ giữa tính đơn điệu của  $f$  và dấu của đạo hàm. Chẳng hạn, nhóm số 4:



Việc vẽ đồ thị của hàm đạo hàm  $f'$  đã cho phép nhóm số 9 phát hiện ra chiến lược S2.

Sử dụng định lượng Bảng 1, chúng tôi đánh giá năng lực giao tiếp toán học của từng nhóm như sau:

**Bảng 2.** Đánh giá năng lực giao tiếp toán học của các nhóm

	Mức 0	Mức 1	Mức 2	Mức 3	Mức 4
Nhóm 1		√			
Nhóm 2			√		
Nhóm 3		√			
Nhóm 4			√		
Nhóm 5			√		
Nhóm 6			√		
Nhóm 7				√	
Nhóm 8					√
Nhóm 9					√

b) *Hoạt động 2: Tranh luận khoa học*

Kết quả làm việc nhóm của HS ở hoạt động 1 được ghi vào các áp phích.

• **Rời bỏ chiến lược S1**

GV chọn áp phích của nhóm số 1 (nhóm sử dụng chiến lược tìm công thức đại số ứng với đồ thị) dán lên bảng cho HS tranh luận. Kết quả thảo luận của nhóm số 1 là:

$$“f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x \text{ nên } f'(x) = x^2 - \frac{4}{3}”$$

$$“Vậy f'(0) < 0 < f'(2) = f'(-2) < f'(4)”$$

Học sinh các nhóm khác đã đưa ra các phản biện về kết quả này:

HS nhóm số 1 đặt câu hỏi: “Tại sao  $f'(4) > f'(2)$  và  $f'(4) > f'(-2)$ ?”

HS nhóm số 2 nhận xét: “Phương trình nhóm bạn tìm được là sai vì khi  $x = 4$  thế vào không được giá trị như đồ thị. Cụ thể khi  $x = 4$  thì  $f(4) = 16$ .”

Cả lớp đều đồng ý rằng công thức đã tìm thấy không hoàn toàn tương ứng với đồ thị đã cho.

• **Hướng tới chiến lược 2**

GV chọn áp phích của nhóm 4 và cho HS tiến hành tranh luận. Kết quả cuối cùng của nhóm này là: “ $f'(0) < 0 < f'(2) < f'(4) < f'(-2)$ ”

Kết quả này đến từ việc đọc kết quả từ đồ thị  $f'$  do nhóm tạo ra (hình ...)

HS nhóm số 3 nhận xét: “Đồ thị  $f'(x)$  đối xứng qua đường thẳng nào? Vì nếu đối xứng kết quả là sai,  $f'(2)$  và  $f'(-2)$  phải bằng nhau.”

HS nhóm số 5 nhận xét: “Đồ thị  $f'(x)$  chưa vẽ được vì chưa xác định được hàm số  $f(x)$ . Việc dựa vào bảng biến thiên suy ra  $f'(-2)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'(4)$  dương, còn  $f'(0)$  âm nhưng vẫn chưa sắp xếp được các giá trị này trên trục số.”

HS nhóm số 4 trả lời: “Đồ thị hàm số  $f(x)$  có dạng gần giống đồ thị hàm bậc ba, nhưng phần sau không đi thẳng lên mà hơi bằng giống hàm hằng nên hàm số  $f(x)$  vẽ giống vậy.”

- **Sử dụng chiến lược S2**

GV chọn áp phích của nhóm số 9 và cho HS tiến hành tranh luận.

HS nhóm 5: Dựa vào đâu mà các bạn biết được  $f'(-2)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'(4)$ ? Tại sao nhóm bạn không tính  $f'(4)$  mà tách ra xét riêng  $f'(4)$ ?

HS nhóm số 9 trả lời: Vì với hàm số  $y = f(x)$  tìm được thế  $x = 4$  vào thì kết quả sai nên không xét  $f'(4)$ . Nhìn vào đồ thị thấy tại  $x = 4$  thì đồ thị tăng lên ít, còn tại  $x = 2$  thì đồ thị tăng lên nhiều hơn.

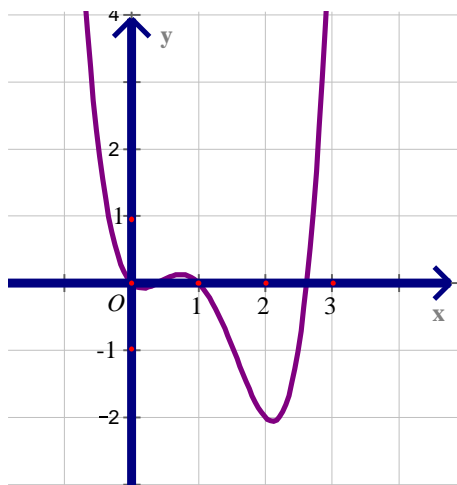
HS nhóm 6: Tại sao đồ thị tăng ít hơn thì  $f'$  nhỏ hơn?

HS nhóm 9: Vì đạo hàm bằng hệ số góc tiếp tuyến nên ta dựa vào góc của tiếp tuyến để so sánh.

Cả lớp đồng tình với phương án này.

Giáo viên kết thúc tiết học và giao bài tập về nhà để học sinh “tự suy xét”.

**Bài tập:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình 4. Hãy so sánh  $f'(0)$ ,  $f'(1)$  và  $f'(2)$



**Hình 4.** Đồ thị của hàm số  $f$

Buổi học tiếp theo giáo viên thu bài làm về nhà của học sinh và nhận xét rằng đa số đều sử dụng ý nghĩa hình học của đạo hàm để trả lời.

Giáo viên tiến hành thể chế hóa như sau:

“Khi hàm số chỉ cho dưới dạng đồ thị, việc tìm công thức tương ứng không phải lúc nào cũng thành công. Trong trường hợp này, ta có thể so sánh các giá trị đạo hàm dựa vào ý nghĩa hình học: hệ số góc của tiếp tuyến bằng đạo hàm tại tiếp điểm.”

### 3. Kết luận

Nghiên cứu về việc vận dụng phương pháp ACODESA trong một tình huống dạy học nghĩa của đạo hàm cho thấy những bằng chứng về việc học sinh phát triển các lập luận toán học để giải quyết vấn đề, cụ thể là việc tự thuyết phục hay thuyết phục người khác từ bỏ chiến lược ban đầu. Kết quả cũng cho thấy học sinh kết nối nhiều kiểu biểu diễn khác nhau cho khái niệm hàm số (công thức, đồ thị, bảng biến thiên...) để giải quyết vấn đề so sánh những giá trị đạo hàm khi cho trước biểu diễn đồ thị của hàm số. Kết quả này ủng hộ nhận định của chúng tôi về vai trò thúc đẩy giao tiếp toán học trong dạy học bằng những quy trình có pha tranh luận khoa học.

Tuy nhiên, chúng tôi cũng nhận thấy sự khó khăn trong việc đánh giá năng lực giao tiếp toán học của học sinh. Trong nghiên cứu này, chúng tôi chỉ mới đánh giá năng lực giao tiếp toán học thông qua kết quả làm việc của nhóm. Những ghi nhận ban đầu cho phép chúng tôi tính đến việc đánh giá sự phát triển năng lực giao tiếp toán học của học sinh trong một giai đoạn dạy học có sự tác động của hình thức tranh luận khoa học.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*.
- Bibby, N. (2014). *Discovering the world through debate: A practical guide to educational debate for debaters, coaches, and judges*. New York: International Debate Education Association.
- Cai, J., Jakabcsin, M. S., & Lane. S. (1996). Assessing students' mathematical communication. *School science and mathematics*, 96(5), 238-246.
- Emori, H. (2008). *We shall overcome dysfunctional beliefs for introducing communication study*. Proceedings of APEC – Khon Kaen International Symposium in 25-29 August 2008 at Khon Kaen University, *Innovative teaching mathematics through lesson study III - focusing on mathematical communication*, 70-91.
- Hà Thị Miên. (2016). *Dạy học giải toán có lời văn theo hướng phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh lớp 4*. Luận văn Thạc sĩ Khoa học Giáo dục, Hà Nội.
- Hitt, F., & Gon zalez –Martín, A. S. (2014). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201-219.
- Lane. S., Parke. C., & Moskal, B. (1992). *Principles for developing performance assessments*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.
- Lê Thái Bảo Thiên Trung. (2017). Dạy học Toán bằng tranh luận khoa học. *Tạp chí Khoa học Trường ĐHSP TPHCM*, 14(1), 29-39.
- Legrand, M. (1993). Desbat sciencefique en cours de mathématiques. *Repères IREM*, n<sub>o</sub> 10, Topiques Editions.

- Nally, F. (2015). *Primary debating handbook*. Ireland: Education Centres in Ireland. Retrieved from:  
[https://www.concern.net/sites/default/files/media/page/primary\\_debating\\_handbook\\_a5updated.pdf](https://www.concern.net/sites/default/files/media/page/primary_debating_handbook_a5updated.pdf)
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School mathematics*. Reston, VA: Author.
- OECD. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD publishing.
- Stewart, J. (2012). *Calculus early transcendentals*. Seventh edition. Cengage learning.
- Vũ Thị Bình. (2016). *Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn Toán lớp 6, lớp 7*. Luận án Tiến sĩ, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- Vuong Vinh Phat & Le Thai Bao Thien Trung. (2018). Developing mathematical communication of students through evaluating debate in science in teaching continuous function. *The 7<sup>th</sup> International Conference of Sciences and Social Sciences : Innovative Research for Stability, Prosperity, Rajabhat Maha Sarakham University (Thailand)*, 229-235.

---

**A STUDY OF STUDENT'S MATHEMATICAL COMMUNICATION COMPETENCY  
THROUGH A DERIVATIVE TEACHING SITUATION**

*Le Thai Bao Thien Trung<sup>1\*</sup>, Vuong Vinh Phat<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Ho Chi Minh City University of Education

<sup>2</sup> An Giang University

\*Corresponding author: Le Thai Bao Thien Trung – Email: [trunglbt@hcmue.edu.vn](mailto:trunglbt@hcmue.edu.vn)

Received: 13/02/2019; Revised: 26/3/2019; Accepted: 24/4/2019

**ABSTRACT**

*As required in Mathematics program of many countries in the world, mathematical communication competency is one of fundamental competencies which needs to be formed and developed in students in the process of teaching mathematics. In this study, the researchers applied different stages of ACODESA method of Hitt & González-Martín (2015) based on collaborative learning, scientific debate, and self-reflection to design a situation of teaching derivative for (1) helping students understand geometric meaning of derivative and (2) contributing to the development of mathematical communication competency of students. Furthermore, the researchers also assessed the mathematical communication competency of students in the teamwork stage by applying a framework for evaluating mathematical communication competency of Cai et al (1996).*

**Keywords:** mathematical communication, mathematical communication competency, scientific debate, ACODESA method, derivative.