



Bài báo nghiên cứu

PHÁT TRIỂN MỘT SỐ KIẾN THỨC HÌNH HỌC CHO GIÁO VIÊN TIỂU HỌC BẰNG CÁCH LẬT NGƯỢC VẤN ĐỀ

Trần Đức Thuận

Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh

Tác giả liên hệ: Trần Đức Thuận – Email: thuandt@hcmue.edu.vn

Ngày nhận bài: 22-8-2019; ngày nhận bài sửa: 07-10-2019; ngày duyệt đăng: 25-10-2019

TÓM TẮT

Trong tương lai, Việt Nam sẽ triển khai “một chương trình, nhiều sách giáo khoa”. Điều này đòi hỏi giáo viên cần có kiến thức chuyên môn tốt. Tuy nhiên, giáo viên tiểu học phải dạy nhiều môn học, kiến thức rộng nhưng không sâu nên đôi khi do vô ý, thiếu sự chuẩn bị kỹ càng, giáo viên tiểu học điều chỉnh nội dung dạy học không chính xác. Sai lầm xuất hiện do kỹ năng lật ngược vấn đề của nhiều giáo viên tiểu học chưa tốt, họ thay đổi điều kiện ràng buộc, dạy định nghĩa thay vì đặc điểm, tính chất. Thực nghiệm trong bài báo cho phép khẳng định thực trạng này, đồng thời giúp các giáo viên tiểu học phát triển kỹ năng tư duy và một số kiến thức hình học.

Từ khóa: chu vi; diện tích; giáo viên tiểu học; hình học; lật ngược vấn đề

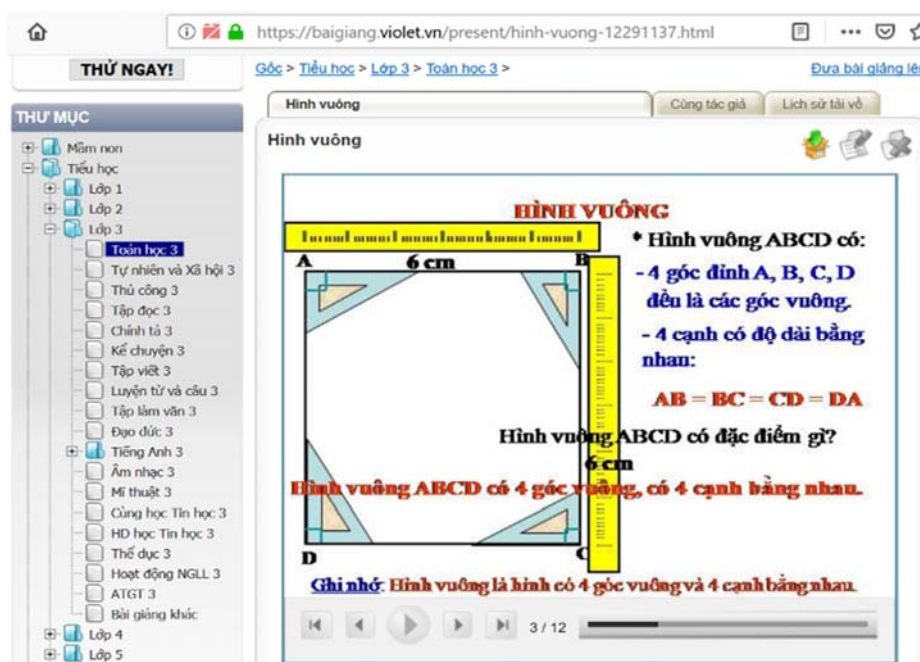
1. Đặt vấn đề

Theo Quyết định 404/QĐ-TTg ngày 27 tháng 3 năm 2015 của Thủ tướng Chính phủ, Việt Nam sẽ thực hiện “một chương trình, nhiều sách giáo khoa” với “chương trình mới, sách giáo khoa mới kế thừa ưu điểm của chương trình, sách giáo khoa hiện hành đồng thời tham khảo tiếp thu có chọn lọc kinh nghiệm của các nước có nền giáo dục phát triển”. Khi triển khai “một chương trình, nhiều sách giáo khoa”, giáo viên, học sinh và phụ huynh có nhiều lựa chọn hơn về nguồn học liệu. Tuy nhiên, giáo viên cũng cần có kiến thức chuyên môn tốt hơn, sâu sắc hơn để có thể đưa ra tư vấn phù hợp cho hội đồng nhà trường, phụ huynh, học sinh khi lựa chọn tài liệu học tập.

Qua thực tế làm việc với giáo viên tiểu học hiện nay, tác giả bài báo nhận thấy kỹ năng “lật ngược vấn đề” của nhiều giáo viên tiểu học chưa tốt, dẫn đến một số kiến thức Hình học được giảng dạy chưa chính xác.

Ví dụ, sách giáo khoa Toán 3 (Do Dinh Hoan et al., 2012b, p.85-86) khẳng định: “Hình vuông có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau”. Thực tế, nhiều giáo viên lớp 3 khi dạy bài “Hình vuông” đã yêu cầu học sinh ghi nhớ “Hình vuông là hình có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau” (xem Hình 1), hay củng cố bài học bằng câu hỏi trắc nghiệm Đúng/Sai: “Hình có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau là hình vuông” với đáp án mong đợi là “Đúng”.

Cite this article as: Tran Duc Thuan (2019). Developing Geometry knowledge for primary teachers by reversing problems. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 16(11), 709-716.



Hình 1. Một phần giáo án được chia sẻ trong cộng đồng giáo viên tiểu học

Thay vì dạy cho học sinh kiến thức “Hình vuông có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau” được in trong sách giáo khoa, nhiều giáo viên lớp 3 đã vô tình dạy mệnh đề đảo ngược: “Hình có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau là hình vuông”. Xét về mặt Toán học, mệnh đề đảo ngược này có đúng hay không?

Ngoài ra, với một hình cho trước, giáo viên thường liên hệ chu vi với đường bao quanh, diện tích với miền trong của hình. Tính chất bất biến qua phép dời hình cho chúng ta mệnh đề đúng: “hai hình bằng nhau thì cùng chu vi và cùng diện tích”. Như vậy, hai hình vừa cùng chu vi, vừa cùng diện tích thì bằng nhau hay không?

Bài báo này trình bày kết quả thực nghiệm về các mệnh đề đảo ở trên với các giáo viên tiểu học tham gia bồi dưỡng về kiến thức hình học và phương pháp dạy học Toán ở tiểu học.

2. Hình có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau không hẳn là hình vuông

2.1. Nội dung thực nghiệm

Các giáo viên tham gia lớp bồi dưỡng được giao hai nhiệm vụ cần hoàn thành:

Câu 1. Hình A có 4 góc vuông. Hình B có 4 góc. Hỏi hình A hay hình B có nhiều góc hơn?

Câu 2. Hãy vẽ một hình vừa có 4 góc vuông (chỉ xét các góc trong tạo bởi hai cạnh liền kề), vừa có 4 cạnh bằng nhau, nhưng hình ấy không phải hình vuông.

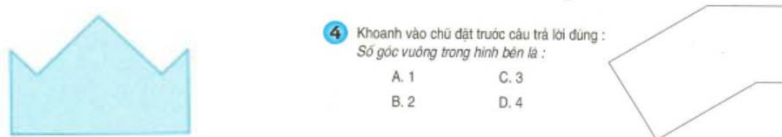
2.2. Phân tích tiên nghiệm

❖ Những nội dung Hình học liên quan trong sách giáo khoa Toán cấp tiểu học

Tại Việt Nam, học sinh lớp 3 được làm quen với góc vuông, góc không vuông (Do

Dinh Hoan et al., 2012b, p.41). Đối với những góc không vuông, tên gọi *góc nhọn*, *góc tù*, *góc bẹt* được giới thiệu ở lớp 4 (Do Dinh Hoan et al., 2012c, p.49).

Trong các sách giáo khoa Toán cấp tiểu học, thuật ngữ “hình” được sử dụng không đồng nhất với “hình đa giác lồi”, càng không đồng nhất với “hình tứ giác”. Nhiều hình đa giác không lồi xuất hiện trong các sách giáo khoa. Trong sách giáo khoa Toán 3, học sinh được làm việc với “hình cái mũ” hay hình lục giác không lồi có 4 góc vuông (Do Dinh Hoan et al., 2012b, p.11-42). Nếu thỏa thêm điều kiện có 4 cạnh bằng nhau, hình lục giác không lồi này vẫn không phải hình vuông dù nó thỏa đồng thời “có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau”.



Hình 2. Những hình đa giác không lồi trong sách Toán 3

❖ *Các biến và giá trị được lựa chọn*

- Đối tượng hình học liên quan: đối tượng “hình” được đề cập trong cả 2 câu hỏi không đồng nhất với các “hình tứ giác”, thậm chí, “hình” mong đợi có thể là hình đa giác không lồi hoặc những hình không phải hình đa giác. Hai câu hỏi còn khai thác về mối quan hệ giữa “góc” và “góc vuông”. Mỗi “góc vuông” là một “góc”, nhưng một “góc” trong hình không chắc là “góc vuông” mà có thể là “góc nhọn” hoặc “góc tù”. Với việc lựa chọn “hình” và “góc vuông”, không nhắc đến “hình tứ giác”, không ràng buộc về số lượng cạnh, số lượng “góc”, hai câu hỏi trên được đặt ra nhằm thúc đẩy các giáo viên tiểu học hướng đến những hình có nhiều hơn bốn cạnh, hoặc những hình không là hình đa giác. Khi không còn đồng nhất “hình” với “hình tứ giác”, chúng ta sẽ tìm được vô số hình thỏa mãn “hình có 4 góc vuông và có 4 cạnh bằng nhau nhưng không là hình vuông”.

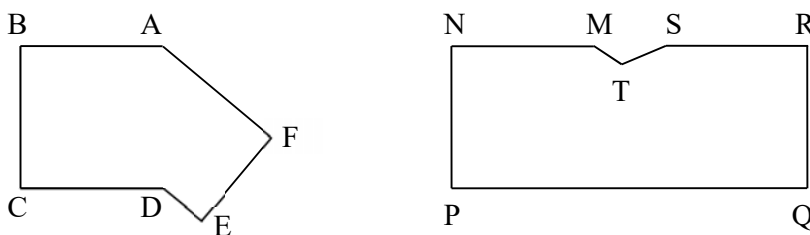
- Hình thức tổ chức: các giáo viên tiểu học được giao thực hiện cá nhân trước khi thảo luận tập thể để có câu trả lời thống nhất. Câu 1 được đặt ra trước câu 2 như một lời gợi ý về sự tồn tại của những hình có nhiều hơn bốn cạnh. Nếu không đưa vào câu 1, việc thực hiện thẳng câu 2 sẽ gặp nhiều khó khăn hơn nếu toàn bộ các giáo viên đồng nhất “hình” với “hình tứ giác”.

2.3. Phân tích hậu nghiệm

Với câu 1, hầu hết các giáo viên tiểu học cho rằng hình A và hình B đều có 4 góc nên số lượng góc của hai hình là như nhau. Những giáo viên này đã phạm sai lầm trong lập luận vì đề bài chỉ cho “hình A có 4 góc vuông” mà không đề cập đến số lượng góc nhọn, góc tù. Một vài giáo viên cho rằng hình A có nhiều góc hơn hình B vì ngoài góc vuông còn có những góc nhọn, góc tù. Nhóm giáo viên này có lập luận tốt hơn, nhưng kết quả vẫn chưa chính xác do họ quên trường hợp hình A có thể có 0 góc nhọn và 0 góc tù. Sau tranh luận, các giáo viên thống nhất số lượng góc của hình A nhiều hơn hoặc bằng số lượng góc của hình B.

Đó là vì hình B chắc chắn có 4 góc. Hình A có thể có nhiều hơn 4 góc với 4 góc vuông và những góc còn lại là góc nhọn hoặc góc tù, nhưng hình A cũng có thể có đúng 4 góc trong trường hợp hình A là hình vuông hoặc hình chữ nhật.

Thực hiện câu 2, nhiều giáo viên tiểu học tiếp tục thất bại khi vẽ hai đoạn thẳng vuông góc hoặc vẽ hình thoi với hai đường chéo vuông góc. Có lẽ, những giáo viên này vẫn còn ngẫm giả định “hình” được nhắc đến chỉ có 4 cạnh, 4 góc. Một vài giáo viên tiểu học đề xuất tăng số lượng cạnh, số lượng góc của hình khi nhận ra câu 1 chính là lời gợi ý để thực hiện câu 2. Sau tranh luận, họ tìm kiếm được một số hình đa giác thỏa mãn điều kiện “có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau” nhưng không phải hình vuông. Chẳng hạn, hai hình dưới đây đều có 4 góc vuông (các góc B, C, E, F của hình ABCDEF; các góc N, P, Q, R của hình MNPQRST) và có 4 cạnh bằng nhau (hình ABCDEF có $AB = BC = CD = AF$; hình MNPQRST có $MN = NP = QR = RS$).



Hình 3. Hình có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau nhưng không là hình vuông

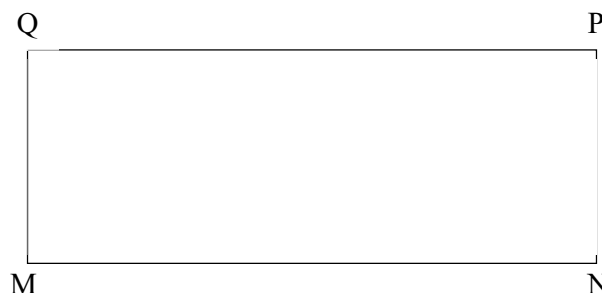
Sau hoạt động trải nghiệm vẽ hình theo yêu cầu được giao, các giáo viên tiểu học đã nhận ra “hình có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau không hẳn là hình vuông”. Điều này giúp họ nhận ra sai lầm đã vô tình phạm phải trước đây để sửa chữa trong những năm học tiếp theo.

3. Hai hình vừa có cùng chu vi, vừa có cùng diện tích không hẳn bằng nhau

3.1. Nội dung thực nghiệm

Cho hình chữ nhật MNPQ. Hãy vẽ và chỉ ra cách vẽ:

- Một hình có cùng chu vi nhưng không cùng diện tích với hình chữ nhật MNPQ
- Một hình có cùng diện tích nhưng không cùng chu vi với hình chữ nhật MNPQ
- Một hình có cùng chu vi và đồng thời có cùng diện tích nhưng không trùng khít với hình chữ nhật MNPQ.



3.2. Phân tích tiên nghiệm

❖ Những nội dung liên quan trong sách giáo khoa Toán cấp tiểu học

Tại Việt Nam, học sinh tiểu học được học các quy tắc tính chu vi hình tam giác, chu vi hình tứ giác (Do Dinh Hoan et al., 2012a, p.130), chu vi và diện tích hình vuông, chu vi và diện tích hình chữ nhật (Do Dinh Hoan et al., 2012b, p.87-153), diện tích hình bình hành, diện tích hình thoi (Do Dinh Hoan et al., 2012c, p.103-142), diện tích hình tam giác, diện tích hình thang, diện tích hình tròn (Do Dinh Hoan et al., 2012d, p.87-99). Ngoài ra, học sinh được học cách sử dụng thước thẳng, ê-ke để vẽ hình tròn với tâm và bán kính cho trước (Do Dinh Hoan et al., 2012b, p.110), vẽ hình chữ nhật, hình vuông với độ dài các cạnh cho trước (Do Dinh Hoan et al., 2012c, p.54-55). Ngoài trừ một bài tập so sánh diện tích hình tứ giác với hình tam giác tạo bởi ba đỉnh của hình tứ giác đó, hầu hết các bài tập về so sánh chu vi và diện tích được đưa về so sánh các số đo tương ứng sau khi thay số vào quy tắc. Sách Toán 5 có bài toán “vẽ một hình chữ nhật có cùng diện tích với hình chữ nhật ABCD nhưng có các kích thước khác với các kích thước của hình chữ nhật ABCD”, trong đó hình chữ nhật ABCD được cho trước hình vẽ và số đo các cạnh (Do Dinh Hoan et al., 2012d, p.25). Lời giải được mong đợi là tính diện tích của hình chữ nhật ABCD, sau đó nhằm chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật mới để hai hình có cùng diện tích (Do Dinh Hoan et al., 2012e, p.65).

❖ Các biến và giá trị được lựa chọn

- Đối tượng hình học liên quan: Bài toán thực nghiệm yêu cầu vẽ “hình”, không yêu cầu vẽ “hình chữ nhật” (có thể không cần vẽ hình mà chỉ cần xác định chiều dài, chiều rộng) hay ràng buộc về số cạnh của hình. Như vậy, các giáo viên tiểu học có thể vẽ các hình đa giác có nhiều hơn 4 cạnh, không lồi, thậm chí không là hình đa giác.

- Kiểu nhiệm vụ được chọn: Bài toán thực nghiệm thuộc dạng “dựng hình” thỏa điều kiện hoặc cùng chu vi, hoặc cùng diện tích, hoặc vừa cùng chu vi và vừa cùng diện tích với một hình cho trước. Với kiểu nhiệm vụ “dựng hình” này, cách giải không nhất thiết phải đo đạc hay thực hiện các tính toán số học.

- Hình thức tổ chức: các giáo viên tiểu học được giao thực hiện cá nhân trước khi thảo luận tập thể để có câu trả lời thống nhất.

❖ Các chiến lược giải và câu trả lời có thể xuất hiện

- Chiến lược đại số: Thực hiện đo đạc (chiều dài 8 cm, chiều rộng 3 cm), tính toán chu vi (22 cm), diện tích (24 cm^2), sau đó nhằm nghiệm hoặc giải phương trình để xác định các số đo cần thiết của hình mới. Chẳng hạn, với lựa chọn hình mới là hình chữ nhật, cách nhằm $22 = 2 \times (9 + 2) = 2 \times (7 + 4) = 2 \times (6 + 5)$ sẽ cho phép tìm ra các hình chữ nhật với kích thước $9 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ hoặc $7 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ hoặc $6 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ có cùng chu vi với hình chữ nhật MNPQ ban đầu. Cách nhằm $24 = 24 \times 1 = 12 \times 2 = 6 \times 4$ sẽ cho phép tìm ra các hình chữ nhật với kích thước $24 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ hoặc $12 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ hoặc $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ có cùng diện tích

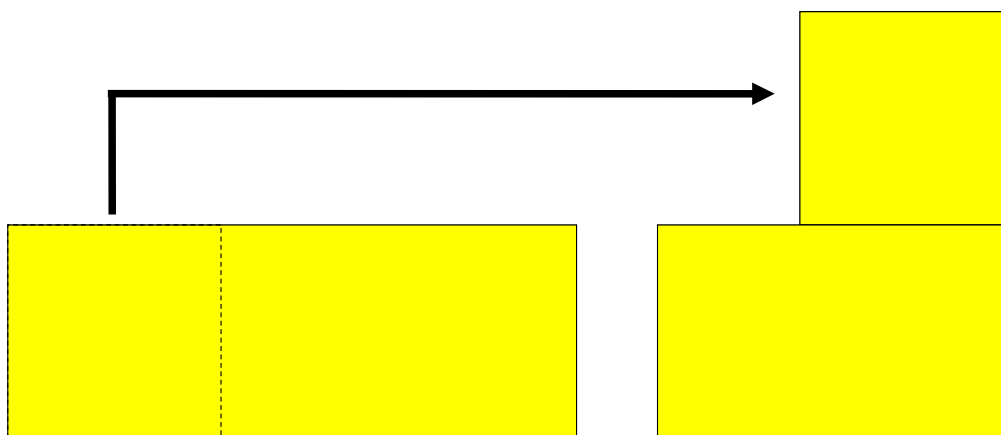
với hình chữ nhật MNPQ ban đầu. Tuy nhiên, với điều kiện hình mới vừa có cùng chu vi, vừa có cùng diện tích với hình chữ nhật MNPQ ban đầu thì giả định hình mới là hình chữ nhật sẽ đưa đến hình chữ nhật mới có kích thước $8\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ (sau khi giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2 \times (x + y) = 22 \\ x \cdot y = 24 \end{cases}$$

để tìm x, y là chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật mới), trùng khít với

hình chữ nhật MNPQ ban đầu. Nếu không giả định hình mới là hình chữ nhật thì việc xây dựng hệ phương trình từ giả thiết có cùng chu vi và cùng diện tích sẽ phức tạp hơn, có thể cần đến hình vẽ minh họa.

- Chiến lược hình học: Dựa vào định nghĩa chu vi một hình và đặc điểm của hình chữ nhật, hình vuông (các cạnh đối diện bằng nhau) để tạo ra hình mới có cùng chu vi nhưng khác biệt về diện tích với hình ban đầu. Dựa vào tính chất cộng tính của diện tích để tạo ra hình mới có cùng diện tích với hình ban đầu bằng cách cắt – ghép. Để tạo ra hình mới vừa có cùng diện tích, vừa có cùng chu vi thì có thể dùng cách cắt – ghép để đảm bảo có cùng diện tích và thử – sai nhiều trường hợp khác nhau để thỏa thêm điều kiện có cùng chu vi. Chẳng hạn, sau nhiều lần thử – sai thì có thể chọn ra cách cắt – ghép hình như sau:



Hình 4. Tách – ghép tạo hình cùng chu vi và diện tích với hình chữ nhật ban đầu

3.3. Phân tích hậu nghiệm

Kết quả thực nghiệm cho thấy với cả ba câu a), b), c) thì các giáo viên tiểu học tham gia lớp bồi dưỡng đều ngầm giả định hình cần vẽ là hình chữ nhật nên cần phải xác định được chiều dài, chiều rộng trước khi vẽ hình. Các giáo viên tiểu học đã thực hiện đo các cạnh của hình, thay số vào công thức tính chu vi, diện tích của hình chữ nhật MNPQ. Sau đó, họ nhằm tìm các số hạng (đối với yêu cầu cùng chu vi), nhằm tìm các thừa số (đối với yêu cầu cùng diện tích) để tìm ra các số đo chiều dài, chiều rộng phù hợp để vẽ các hình chữ nhật có cùng chu vi (câu a) hoặc có cùng diện tích (câu b) với hình chữ nhật MNPQ ban đầu. Chiến lược đại số đã được các giáo viên tiểu học lựa chọn như gợi ý ở trang 65 sách giáo

viên Toán 5. Chiến lược hình học hoàn toàn không được sử dụng. Tuy nhiên, với giả định hình mới là hình chữ nhật, chiến lược đại số không cho phép các giáo viên tiểu học xác định được một hình chữ nhật mới vừa có cùng chu vi, vừa có cùng diện tích nhưng không trùng khít với hình chữ nhật MNPQ ban đầu. Có đến 51/59 giáo viên tiểu học đã kết luận không có hình nào khác thỏa mãn vì hai hình vừa cùng chu vi, vừa có cùng diện tích thì bằng nhau. Chỉ 8/59 giáo viên tiểu học nghi ngờ rằng có thể tìm được hình thỏa mãn, nhưng sau những tính toán số học thì họ không chỉ ra được hình phù hợp. Như vậy, các giáo viên tham gia thực nghiệm đều tin rằng mệnh đề đảo ngược, “hai hình vừa cùng chu vi, vừa cùng diện tích thì bằng nhau”, là mệnh đề đúng.

Sau kết quả thực nghiệm này, người nghiên cứu đã tổ chức cho các giáo viên tiểu học này thực hiện thao tác cắt – ghép hình theo chiến lược hình học để tìm được nhiều hình mới vừa có cùng chu vi, vừa có cùng diện tích với hình chữ nhật MNPQ ban đầu. Các giáo viên tiểu học tham gia thực nghiệm nhận ra mệnh đề đảo ngược không hẳn lúc nào cũng đúng.

4. Kết luận

Kết quả nghiên cứu cho thấy một vài điểm đáng chú ý như sau:

- Khi nói tới “hình”, các giáo viên tiểu học thường đồng nhất với “hình tứ giác”, thậm chí là “hình chữ nhật” khi gặp bài toán vẽ hình mới có cùng chu vi hoặc có cùng diện tích với hình đã cho.
- Chiến lược đại số được ưu tiên lựa chọn đối với kiểu nhiệm vụ dựng hình có cùng chu vi hoặc có cùng diện tích với hình đã cho. Đặc biệt, việc đồng nhất “hình” với “hình chữ nhật” càng tạo điều kiện thuận lợi hơn cho sự xuất hiện của chiến lược đại số vì một hình chữ nhật sẽ vẽ được khi xác định được chiều dài, chiều rộng của nó.
- Nhiều giáo viên tiểu học thường nghĩ “hình có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau là hình vuông”, “hai hình vừa có cùng chu vi, vừa có cùng diện tích thì bằng nhau”. Các mệnh đề này không chính xác như phân tích ở trên trong trường hợp hình đa giác có nhiều hơn 4 cạnh. Những trải nghiệm của giáo viên tiểu học với các phản ví dụ cho phép họ điều chỉnh sai lầm của bản thân.
- Trong một số trường hợp cụ thể, chẳng hạn như ví dụ liên quan đến chu vi và diện tích nêu trong bài báo, chiến lược hình học tỏ ra hiệu quả hơn chiến lược đại số.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Do Dinh Hoan, Nguyen Ang, Do Tien Dat, Do Trung Hieu, & Dao Thai Lai. (2012a). *Maths 2* [Toan 2]. Hanoi: Vietnam Education Publishing House Limited Company.
- Do Dinh Hoan, Nguyen Ang, Do Tien Dat, Dao Thai Lai, Do Trung Hieu, Tran Dien Hien, Pham Thanh Tam, & Vu Duong Thuy. (2012b). *Maths 3* [Toan 3]. Hai Duong: Vietnam Education Publishing House Limited Company.
- Do Dinh Hoan, Nguyen Ang, Vu Quoc Chung, Do Tien Dat, Do Trung Hieu, Tran Dien Hien... & Vu Duong Thuy. (2012c). *Maths 4* [Toan 4]. Son La: Vietnam Education Publishing House Limited Company.
- Do Dinh Hoan, Nguyen Ang, Dang Tu An, Vu Quoc Chung, Do Tien Dat, Do Trung Hieu... & Vu Duong Thuy. (2012d). *Maths 5* [Toan 5]. Hanoi: Vietnam Education Publishing House Limited Company.
- Do Dinh Hoan, Nguyen Ang, Dang Tu An, Vu Quoc Chung, Do Tien Dat, Vu Trung Hieu... & Vu Duong Thuy. (2012e). *Maths 5 – Teacher book* [Toan 5 – Sach giao vien]. Ho Chi Minh City: Vietnam Education Publishing House Limited Company.

**DEVELOPING GEOMETRY KNOWLEDGE
FOR PRIMARY TEACHERS BY REVERSING PROBLEMS****Tran Duc Thuan***Ho Chi Minh City University of Education**Corresponding author: Tran Duc Thuan – Email: thuantd@hcmue.edu.vn**Received: August 22, 2019; Revised: October 07, 2019; Accepted: October 25, 2019***ABSTRACT**

Vietnam are going to deploy “one education program, many textbooks” in the coming years. This requires teachers to have good professional knowledge. However, primary teachers have to teach many subjects, and their knowledge is wide but not really deep so that sometimes they do not understand some knowledge. This misunderstanding is perhaps resulted from teachers’ limited skills of reversing problems. They may change binding conditions, teach definitions instead of characteristics and properties. The results from experiments reported in this paper confirm these assumptions. The paper also suggests some measures to help primary teachers develop reasoning skills and some Geometry knowledge.

Keywords: perimeter; area; primary teachers; geometry; reversing problems