



**Bài báo nghiên cứu\***

**ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA CỦA HỌC SINH  
TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ  
“TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ” Ở LỚP 12**

*Lê Thị Hoài Châu<sup>1</sup>, Nguyễn Thị Nhân<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Trường Đại học Văn Hiến

<sup>2</sup>Trường THPT Bến Cát, tỉnh Bình Dương

\*Tác giả liên hệ: Lê Thị Hoài Châu – Email: [chaulth@vhu.edu.vn](mailto:chaulth@vhu.edu.vn)

Ngày nhận bài: 21-11-2019; ngày nhận bài sửa: 05-12-2019; ngày duyệt đăng: 11-12-2019

**TÓM TẮT**

*Phần đầu của bài báo trình bày những khái niệm cơ bản liên quan đến mục đích nghiên cứu của chúng tôi như: năng lực mô hình hóa, cấu trúc của năng lực mô hình hóa, các cách tiếp cận đánh giá năng lực mô hình hóa. Phần thứ hai giới thiệu phương pháp luận mà chúng tôi tuân theo để xây dựng một thang đánh giá năng lực mô hình hóa. Trong phần thứ ba chúng tôi trình bày thang đánh giá năng lực mô hình hóa tổng quát và sau đó là thang vận dụng cho chủ đề tìm giá trị lớn nhất - giá trị nhỏ nhất (GTLN-GTNN) của hàm số dạy ở lớp 12.*

**Từ khóa:** năng lực mô hình hóa toán học; đánh giá năng lực mô hình hóa toán học; giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số

**Mở đầu**

Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán do Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành ngày 26 tháng 12 năm 2018 (chúng tôi sẽ gọi tắt là “Chương trình 2018”) được xây dựng theo ý muốn cải cách toàn diện nền giáo dục phổ thông, bắt đầu từ việc xác định lại mục tiêu giáo dục. Mục tiêu của những chương trình trước đây (*cung cấp kiến thức, rèn luyện kỹ năng*) được xem là không còn phù hợp với thời đại mà khoa học, kỹ thuật và công nghệ phát triển nhanh như vũ bão. Chương trình 2018 đặt mục tiêu của nền giáo dục mới vào *phát triển năng lực (NL)* và xác định rõ những NL mà người học cần đạt. Đối với môn toán thì năng lực mô hình hóa (NL MHH) toán học (trong bài báo này chúng tôi gọi tắt là NL MHH) được xem là một trong năm thành phần cốt lõi của NL toán học mà dạy học (DH) cần hình thành và phát triển cho học sinh (HS).

Mục tiêu thay đổi, đương nhiên là nội dung, phương pháp dạy học và công tác đánh giá phải thay đổi theo. Cách đánh giá theo mục tiêu *cung cấp kiến thức, rèn luyện kỹ năng giải một số dạng toán cơ bản* trước đây không còn phù hợp với mục tiêu *phát triển NL*.

**Cite this article as:** Lê Thị Hoài Châu, & Nguyễn Thị Nhân (2019). Assessment of 12<sup>th</sup> graders’ modeling competence in the theme-based teaching “Finding the maximum or minimum value of a function”. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 16(12), 891-906.

*Làm sao để đánh giá NL toán học của HS?* Việc đánh giá này có vai trò quan trọng đối với các nhà quản lý giáo dục, đối với mỗi hệ thống dạy học, và đối với cả giáo viên.

Ở cương vị một giáo viên Toán, nhu cầu thực tế khiến chúng tôi quan tâm đến câu hỏi trên. Không chỉ cá nhân chúng tôi, mà nhiều đồng nghiệp cũng bày tỏ khó khăn trong thực hành DH và đánh giá theo mục tiêu phát triển NL. Cho đến thời điểm hiện tại, Bộ Giáo dục và Đào tạo vẫn chưa ban hành một thang đánh giá cụ thể về NL toán học nói chung, NL MHH nói riêng, mà chỉ đưa ra yêu cầu cần đạt chung chung đối với mỗi NL. Trong hoàn cảnh đó, chúng tôi thực hiện nghiên cứu này với mong muốn xây dựng một cách thức và công cụ đánh giá NL MHH, giúp bản thân và đồng nghiệp ở trường phổ thông đánh giá được NL MHH của HS, bởi vì “sự phát triển và đánh giá hợp lí NL MHH được xem là một thành phần của sự phát triển dạy học môn Toán” (Jensen, 2007, p.1).

## 1. Năng lực mô hình hóa và đánh giá năng lực mô hình hóa

### 1.1. Năng lực mô hình hóa là gì?

Maab (2006) định nghĩa NL MHH bao gồm các kĩ năng và khả năng thực hiện quá trình MHH nhằm đạt được mục tiêu xác định cũng như sẵn sàng đưa ra những hành động. Kaiser (2007) có quan điểm khá gần với Maab, cho rằng NL MHH đặc trưng cho khả năng thực hiện toàn bộ quá trình MHH và phản ánh về quá trình đó. Hai tác giả Henning và Keune (2004) định nghĩa NL MHH là tổ hợp những thuộc tính của cá nhân người học như kiến thức, kĩ năng, thái độ và sự sẵn sàng tham gia vào hoạt động MHH nhằm đảm bảo cho hoạt động đó đạt hiệu quả. Hai tác giả này còn dựa trên nghiên cứu của Blum và các cộng sự (2002) để xác định NL MHH chi tiết hơn, bao gồm khả năng xây dựng mô hình, thông dịch giữa thế giới thực và thế giới toán học, làm việc với mô hình toán như chính xác hóa và đánh giá các mô hình toán, phản ánh về kết quả của những mô hình đó để điều chỉnh quá trình MHH nếu cần thiết.

Các định nghĩa tuy có khác nhau, nhưng đều chung một điểm ở chỗ gắn NL MHH với việc thực hiện quá trình MHH nhằm giải quyết một vấn đề thực tế. Trong nghiên cứu này, chúng tôi chọn định nghĩa của Blomhoj và Jensen (2007), xem “**NL MHH là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quá trình MHH trong một tình huống cho trước**” để phân tích các thành phần NL MHH.

Để làm rõ thêm định nghĩa này, cần phải nói rõ rằng *MHH là quá trình giải quyết những vấn đề thực tế bằng các công cụ toán học*. Nhiều tác giả đã nghiên cứu, công bố và đưa ra các mô tả khác nhau cho quá trình đó, gọi nó là quy trình MHH. Nhưng chung quy các mô tả khác nhau đó đều cho thấy bốn bước chính của quá trình MHH là:

- Bước 1: Xây dựng mô hình phỏng thực tiễn – còn được gọi là mô hình định tính của vấn đề, tức là xác định các yếu tố có ý nghĩa quan trọng nhất (đặc trưng cho hệ thống được xem xét) và xác lập những quy tắc phản ánh mối quan hệ giữa chúng hay những quy luật mà chúng phải tuân theo.
- Bước 2: Xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả lại dưới dạng ngôn ngữ toán học cho mô hình định tính. (...)

- Bước 3: Sử dụng các công cụ toán học để khảo sát và giải quyết bài toán hình thành ở bước hai. (...).
- Bước 4: Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được trong bước ba. Trong phần này phải xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề cần giải quyết ban đầu. Để xác định mức độ phù hợp có khi phải áp dụng những phương pháp phân tích chuyên biệt nào đó gắn với vấn đề ban đầu.

(Le Thi Hoai Chau, 2011, p.64)

### 1.2. Cấu trúc của năng lực mô hình hóa

Thuật ngữ “cấu trúc” được dùng ở đây để chỉ những NL thành phần của NL MHH. Với quan niệm về NL MHH như trên, các nhà nghiên cứu đều dựa vào các bước của quá trình MHH để xác định cấu trúc của NL MHH.

Theo Blum và Kaiser (1997) thì NL MHH liên quan đến “tiêu chí cần đạt trong quá trình MHH”. Do đó, họ cho rằng các NL thành phần của NL MHH là:

- *Hiểu vấn đề thực tế và xây dựng mô hình phỏng thực tế;*
- *Biết thiết lập mô hình toán học từ mô hình thực tế;*
- *Biết giải quyết vấn đề toán học trong mô hình toán học;*
- *Biết phiên dịch kết quả toán học xuất hiện trong tình huống thực tế thành giải pháp khả thi cho tình huống.*

Nhiều tác giả khác như Ikeda và Stephens (1998), Niss (2004), Maab (2006), Lingefjrad (2004) tán thành với ý kiến trên và tìm cách chi tiết hóa những biểu hiện cụ thể của mỗi NL thành phần qua một tập hợp các kỹ năng như:

- Nhận diện và đơn giản hóa các thông tin được cho;
- Xác định rõ ràng mục tiêu;
- Đưa ra công thức giải quyết vấn đề;
- Xác định các biến, tham số, hằng số;
- Trình bày dưới dạng công thức toán học;
- Lựa chọn mô hình toán học;
- Biểu diễn đồ thị;
- So sánh với tình huống thực tế;
- Kiểm soát quy trình MHH.

### 1.3. Các cách tiếp cận để đánh giá năng lực mô hình hóa

#### • **Đánh giá tiếp cận đa chiều**

Nghiên cứu của Niss và Jensen năm 2006 đã đề xuất một phương pháp để đánh giá NL theo cách tiếp cận đa chiều (đa phương diện). Tiếp cận đa chiều là cách tiếp cận dựa trên ít nhất ba mặt để đánh giá NL. Ba mặt đó là: mức độ bao phủ, bán kính hành động và trình độ kỹ thuật.

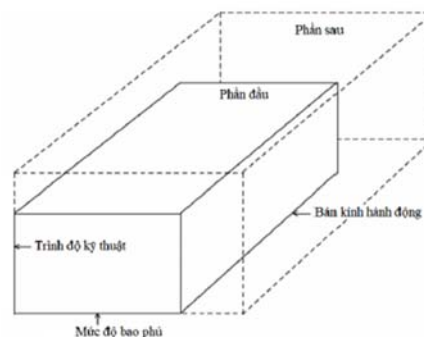
*Mức độ bao phủ:* Là mức độ tự chủ thực hiện hành động của người được đánh giá. Ví dụ, một người có thể hệ thống hóa một tình huống mở theo cách mong muốn để phát triển mô hình toán học phù hợp sẽ được xem là có mức độ bao phủ cao hơn so với người chỉ có thể xử lý các tình huống đã được hệ thống hóa trước đó. Hay một người có thể thực

hiện các bước khác nhau trong quy trình MHH toán học, nhưng chỉ khi bị thúc đẩy làm như vậy, được xem là thành thạo hơn so với người không thể giải quyết các quy trình này, nhưng so với những người có khả năng tự khởi xướng công việc thì lại được đánh giá là có NL kém hơn (tham khảo Jensen, 2007, p.3).

*Bán kính hành động:* Đối với NL MHH, bán kính hành động chỉ *phạm vi các tình huống* mà một người có thể thực hiện các hoạt động MHH. Ví dụ một người có khả năng MHH các thách thức mang bản chất hình học, chưa hẳn sẽ thành thạo khi làm việc với Toán rời rạc và Toán thống kê (tham khảo Jensen, 2007, p.4).

*Trình độ kỹ thuật:* liên quan đến NL MHH, trình độ kỹ thuật chỉ ra loại kiến thức toán học mà một người có thể sử dụng và mức độ linh hoạt của người đó trong việc sử dụng toán học. Yếu tố này đại diện cho kích thước và nội dung của “hộp công cụ toán học” mà người đó có thể khai thác.

Ba khía cạnh đánh giá trên có thể được biểu diễn trực quan bằng mô hình hình học như Hình 1. NL MHH được thể hiện bởi **khối lượng thể tích** của hình hộp chữ nhật, sự phát triển NL được thể hiện bằng một khối lượng thể tích tăng dần.



Hình 1: Một trực quan của ba chiều để đánh giá NL (Niss & Jensen, 2006)

Hình minh họa cách tiếp cận đánh giá đa chiều cho thấy hai điểm:

- Nếu mức trên một trong các trục bằng 0, nghĩa là, nếu NL chưa được phát triển ở một trong các chiều, thì khối lượng thể tích cũng bằng 0, hay nói cách khác là toàn bộ NL chưa được phát triển.
- Thứ hai, dựa vào sự gia tăng thể tích, ta có thể dễ dàng nhìn thấy sự tiến bộ về NL của một người. Nhưng không thể kết luận rằng hai người ứng với cùng một thể tích, thì tương ứng có cùng mức độ NL. Vì khối lượng thể tích đó có thể được sinh ra từ các “chiều” với mức độ khác nhau.

Điểm thứ hai là một bất cập của cách tiếp cận đa chiều, vì nó mâu thuẫn với mục tiêu chính của đánh giá truyền thống là so sánh và xếp hạng với một thang điểm đơn giản. Vì thế tiếp cận đa chiều là một cách tiếp cận cần thiết nhưng cũng đầy thách thức để đánh giá NL MHH. Jensen cho rằng vẫn nên thực hiện đánh giá NL MHH bằng một thang đánh giá một chiều đơn giản. Ông cũng nhận định, có thể thực hiện đánh giá một chiều bằng cách nén các chiều lại, thành một lớp duy nhất. Nghĩa là cần lấy ra những yếu tố cốt lõi nhất của mỗi chiều để có thể thực hiện việc xếp hạng chúng.

• **Đánh giá tiếp cận một chiều**

Thang đánh giá qua sản phẩm sau khi thực hiện quá trình MHH có thể xem là thang đánh giá theo cách tiếp cận một chiều. Thang này thường được xây dựng bằng cách cụ thể hóa những biểu hiện của HS theo tiến trình thực hiện MHH. Cách đánh giá này có thể căn cứ trên bài làm của HS sau khi thực hiện quá trình MHH và có thể đánh giá một cách tổng quát NL MHH của HS. Vì vậy có thể so sánh tương đối NL MHH tổng quát của hai HS dựa trên các mức NL MHH đạt được. Điển hình như thang đánh giá của Ludwig và Xu (2010) mà chúng tôi giới thiệu ở dưới.

**Bảng 1.** Thang đánh giá tổng quát NL MHH của HS (thang tổng quát)

Mức	Biểu hiện của học sinh
0	HS chưa hiểu tình huống và không thể vẽ, phác thảo hoặc cụ thể hóa vấn đề.
1	HS hiểu được tình huống thực tế đã cho, nhưng không thể cấu trúc và đơn giản hóa tình huống hoặc không thể tìm sự kết nối với bất kì ý tưởng toán học nào.
2	Sau khi tìm hiểu vấn đề thực tiễn, HS tìm mô hình thật qua cấu trúc và đơn giản hóa, nhưng không biết chuyển đổi thành một vấn đề toán học.
3	HS cũng có thể phiên dịch tình huống thành một vấn đề toán học thích hợp, nhưng HS không thể làm việc chính xác với nó về mặt toán học.
4	HS có thể thiết lập vấn đề toán học từ tình huống thực tiễn, làm việc với bài toán với kiến thức toán học và có kết quả toán học cụ thể.
5	Có thể trải nghiệm quá trình MHH toán học và kiểm nghiệm lời giải bài toán trong mối quan hệ với tình huống đã cho.

Thang đánh giá này có ưu điểm là dễ sử dụng. Dựa trên biểu hiện cụ thể của HS sau khi thực hiện quá trình MHH (một cách trực tiếp hoặc cả gián tiếp qua bài làm hoặc các phiếu khảo sát) ta có thể đánh giá tổng quát NL MHH của HS đang ở mức nào, có thể so sánh tương đối NL MHH của hai HS bất kì hay cho điểm đánh giá cụ thể. Thang đánh giá này thuận tiện cho GV trong thực hành, vì thường hình thức đánh giá nhiều nhất của GV vẫn là đánh giá qua bài làm của HS. Tuy nhiên, thang này còn khá chung chung, ở chỗ nó không làm rõ các kỹ năng thành phần và cách để đánh giá việc đạt hay không đạt mỗi một trong các kỹ năng của NL MHH. Điều này là cần thiết vì theo nhiều nhà nghiên cứu (Niss, 2004; Maab, 2006, ...) quan niệm rằng mỗi loại NL được xác định qua một tập hợp các kỹ năng tương ứng, cho phép thực hiện hay giải quyết *một tình huống* vạch ra trong *một bối cảnh cụ thể*. Định nghĩa NL nêu trong Chương trình 2018 ban hành bởi Bộ Giáo dục và Đào tạo và của Tổ chức Hợp tác và Phát triển Kinh tế Thế giới (OECD) cũng đều thừa nhận quan niệm này.

Vì vậy, chúng tôi muốn xây dựng một thang đánh giá chi tiết, thể hiện được từng mức độ đạt được của mỗi kỹ năng thành phần đó.

• **Đánh giá tiếp cận một phần đa chiều**

Cách đánh giá các mức độ biểu hiện của từng kỹ năng thành phần có thể xem như đánh giá tiếp cận một phần đa chiều nếu như các kỹ năng này được lấy ra từ những chiều khác nhau của các mặt NL MHH. Ví dụ: Nhóm kỹ năng *đơn giản giả thiết; làm rõ mục tiêu; thiết lập vấn đề toán học* có thể xếp ở chiều “Bán kính hành động”. Nhóm kỹ năng *xác định biến, tham số, hằng số (kèm theo điều kiện); thiết lập mệnh đề toán học; biểu diễn mô hình bằng hình vẽ, biểu đồ, đồ thị có thể xếp ở chiều* “Trình độ kỹ thuật”. Nhóm kỹ năng *lựa chọn mô hình; liên hệ lại vấn đề trong thực tiễn, kiểm soát quy trình MHH* thuộc chiều “Mức độ bao phủ”.

Đây là cách tiếp cận được các nhà nghiên cứu áp dụng nhiều nhất để xây dựng thang đánh giá. Các thang đánh giá của Chan Chun Minh Eric và cộng sự (2012), của Leong Kwan Eu và Tan Jun You (2015)... là ví dụ. Thang đánh giá chúng tôi tìm thấy trong cuốn sách Gaimme ban hành năm 2019 là một thang đánh giá theo cách tiếp cận này. Thang chia NLMHH thành 7 NL thành phần, được đánh giá theo bốn mức độ *lí tưởng, hài lòng, cần cải tiến, chưa hoàn thiện*. Ứng với từng mức đều có một thang điểm cụ thể. Để minh họa, chúng tôi chỉ trình bày trong Bảng 2 các NL thành phần và những biểu hiện được chấm điểm ở mức cao nhất, mức *lí tưởng*. Biểu hiện ở các mức sau thể hiện mức độ NL thấp dần và ứng với điểm thấp hơn.

**Bảng 2.** Thang đánh giá theo Gaimme (2019)

NL thành phần	Mức độ lí tưởng
Xác định vấn đề (3 điểm tổng cộng)	(3 điểm) Phát biểu vấn đề ngắn gọn, chỉ ra chính xác đầu ra của mô hình sẽ là gì, và nếu phù hợp, xác định đối tượng và/hoặc quan điểm của người lập mô hình. Phát biểu được trình bày ngay ban đầu.
Xây dựng mô hình: Lập giả định và giới hạn nhận thức (3 điểm tổng cộng)	(3 điểm) Các giả định chính được sử dụng để phát triển mô hình được xác định rõ ràng, dễ đọc và hợp lí. Các hạn chế do đơn giản hóa được nêu khi thích hợp.
Xây dựng mô hình: xác định các biến và tham số (3 điểm tổng cộng)	(3 điểm) Ghi chú và hợp lí hóa sự cần thiết của các yếu tố chính ảnh hưởng đến MHH theo định dạng dễ đọc; đơn vị thích hợp được chỉ rõ.
Giải pháp: mô hình sử dụng toán học ý nghĩa (4 điểm tổng cộng)	(4 điểm) Cung cấp một cái nhìn tổng quan về (các) phương pháp toán học được sử dụng để giải quyết vấn đề. Cách tiếp cận hợp lí và kết quả được trình bày.
Giải pháp: trình bày lời giải một cách dễ hiểu (4 điểm tổng cộng)	(4 điểm) Trình bày rõ ràng giải pháp phù hợp với phát biểu vấn đề ban đầu. Nếu thích hợp, có thêm trợ giúp trực quan / đồ họa hữu ích.
Đánh giá và phân tích mô hình (3 điểm tổng cộng)	(3 điểm) Tính khả thi và độ tin cậy của giải pháp mô hình toán học được đề cập. Ví dụ, mức độ nhạy cảm của mô hình khi thay đổi giá trị tham số hoặc thay đổi các giả định? Nó so sánh với các giải pháp hoặc dữ liệu khác như thế nào?
Tổ chức & cách viết (5 điểm tổng cộng)	Đúng chính tả và ngữ pháp được thực hiện xuyên suốt. Bài làm được định dạng tốt và thú vị. Các phương tiện hỗ trợ trực quan (nếu thích hợp) được lựa chọn đúng và dễ giải thích.

Thang đánh giá này khá đầy đủ và chi tiết, đánh giá được 7 kỹ năng khác nhau, có thể sử dụng như một thang đánh NL MHH chung cho các chủ đề. Chúng tôi sẽ tham khảo thang đánh giá này để xây dựng một thang đánh giá chi tiết một số kỹ năng thành phần của NL MHH gắn với chủ đề “Tìm GTLN – GTNN của hàm số ở lớp 12”.

## **2. Phương pháp luận để thiết kế thang đánh giá**

Dưới đây chúng tôi trình bày ngắn gọn phương pháp luận mà chúng tôi thực hiện để nghiên cứu thiết kế một thang đánh giá NL MHH.

### **2.1. Tuân thủ nguyên tắc “đánh giá chú trọng vào cả quá trình”**

Khi xây dựng thang đánh giá, chúng tôi tuân theo nguyên tắc đánh giá chú trọng vào quá trình. Thuật ngữ “quá trình” có thể được hiểu theo nghĩa rộng, như đánh giá NL của HS qua nhiều tình huống, nhiều hoạt động, nhìn toàn bộ kết quả trong suốt năm học, suốt học kì, trong một chương... Trong bối cảnh nghiên cứu của chúng tôi, “quá trình” không được hiểu theo nghĩa rộng như vậy mà theo nghĩa hẹp: Đánh giá NL MHH phải căn cứ vào việc thực hiện toàn bộ quy trình MHH chứ không phải chỉ trên sản phẩm. Quan điểm này hoàn toàn phù hợp với định nghĩa của Blomhøj và Jensen (2007) về NL MHH mà chúng tôi thừa nhận, theo đó thì nó “là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quá trình MHH trong một tình huống cho trước”.

### **2.2. Lựa chọn phương pháp đánh giá một phần đa chiều**

Chúng tôi lựa chọn các tiếp cận đánh giá một phần đa chiều. Bảng 2 sẽ là một tham chiếu quan trọng cho chúng tôi. Tuy nhiên chúng tôi sẽ không tính đến những kỹ năng có trong Bảng 2 mà chúng tôi không quan tâm (như “tổ chức và cách viết”), đồng thời sẽ điều chỉnh và cụ thể hóa một số kỹ năng thành phần sao cho dễ vận dụng và phù hợp với chủ đề GTLN – GTNN của hàm số dạy ở lớp 12.

### **2.3. Các bước cần thực hiện để xây dựng thang đánh giá**

Tham khảo các công trình của Phan Dong Chau Thuy và Nguyen Thi Ngan (2017), tiến trình thiết kế thang đánh giá NL MHH mà chúng tôi sẽ đi theo gồm các bước:

- Nghiên cứu các tài liệu liên quan;
- Xác định các NL thành phần;
- Xây dựng các biểu hiện cho mỗi NL thành phần;
- Mô tả chi tiết các mức độ tương ứng với mỗi biểu hiện;
- Quy ước các mức độ biểu hiện NL trong thang đo.

### **2.4. Sự cần thiết của việc nghiên cứu các đặc trưng của thể chế**

Công việc đầu tiên kể đến ở trên (*nghiên cứu các tài liệu liên quan*) đã được chúng tôi thực hiện thông qua việc tìm hiểu các lý thuyết về đánh giá NL mà phần thứ nhất của bài báo đã trình bày một số điểm cơ bản. Nhưng cơ sở lý luận đó chưa tính đến những đặc trưng của thể chế DH có liên quan, đặc biệt là những yêu cầu mà HS cần đạt về NL MHH.

Thang đánh giá của chúng tôi nhắm đến thể chế DH toán theo Chương trình 2018, nên không thể thiếu một phân tích những đòi hỏi của chương trình này về NL MHH nói chung, NL MHH trong DH chủ đề tìm GTLN-GTNN nói riêng.

### 3. Xây dựng thang đánh giá

Việc xây dựng thang này sẽ trải qua hai giai đoạn. Ở giai đoạn thứ nhất, chúng tôi xây dựng một thang tổng quát để đánh giá NL MHH. Thang này tất nhiên gắn với đặc trưng của thể chế, nhưng còn ở mức độ khái quát, chưa gắn với một nội dung DH cụ thể. Tuy nhiên, vì mỗi chủ đề DH có những đặc trưng chuyên biệt gắn với NL MHH, nên các mức độ tiêu chí cho từng biểu hiện có thể không giống nhau. Để xây dựng thang phù hợp với một chủ đề xác định, cần nghiên cứu đặc trưng của thể chế liên quan đến NL MHH gắn với chủ đề đó. Nghiên cứu đặc trưng của NL MHH gắn với chủ đề tìm GTLN – GTNN rồi từ đó xây dựng thang đánh giá dùng trong DH bài toán này sẽ là giai đoạn thứ hai mà chúng tôi thực hiện.

#### 3.1. Xây dựng thang đánh giá tổng quát

- *Yêu cầu cần đạt đối với năng lực mô hình hóa cấp trung học phổ thông*

Chương trình 2018 đã quy định những biểu hiện cụ thể và yêu cầu cần đạt đối với NL MHH ở cấp trung học phổ thông (THPT) như Bảng 3 dưới đây.

**Bảng 3.** *Yêu cầu cần đạt đối với NL MHH ở bậc trung học phổ thông*

(Ministry of Education and Training, 2018, p.11)

Thể hiện của NL MHH	Yêu cầu cần đạt
- Xác định được MHH toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn.	- Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn.
- Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.	- Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.
- Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.	- Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thuyết, tổng quát hóa...) để đưa đến những bài toán giải được.

Các yêu cầu này có thể xem là tiêu chí để đánh giá NL MHH ở bậc THPT do Bộ giáo dục và Đào tạo đề ra.

- *Bảng mô tả chỉ số hành vi và tiêu chí đánh giá của từng NL thành phần*

Dựa trên các phân tích của Maab (2006) và các bước thực hiện một quá trình MHH chúng tôi chia NL MHH thành bốn NL thành phần. Từ Bảng 3 nêu trên và các thang đánh giá đã tham khảo, chúng tôi đề xuất trong Bảng 4 dưới đây một mô tả tiêu chí đánh giá và biểu hiện cụ thể mỗi NL thành phần qua các chỉ số hành vi và kỹ năng.



**Bảng 4. Bảng mô tả NL thành phần, tiêu chí và kỹ năng ứng với từng NL thành phần**

NL thành phần	Tiêu chí	Kỹ năng thành phần (biểu hiện cụ thể)
NL hiểu vấn đề thực tế và xây dựng mô hình mô tả vấn đề thực tế	Xác định các yếu tố có ý nghĩa và xác lập quy luật mà chúng phải tuân theo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Đơn giản giả thiết (phân biệt các thông tin có liên quan và không liên quan)</li> <li>- Làm rõ mục tiêu (xác định được yêu cầu của đề bài)</li> <li>- Hiểu tình huống, đưa ra giả định để đơn giản hóa tình huống, thể hiện tình huống</li> </ul>
NL xây dựng mô hình toán học dựa trên mô hình mô tả vấn đề thực tế	Diễn tả chính xác lại được các yếu tố của hệ thống và mối quan hệ giữa chúng dưới dạng ngôn ngữ toán	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Thiết lập vấn đề toán học</li> <li>- Xác định biến, tham số, hằng số (kèm theo điều kiện)</li> <li>- Thiết lập mệnh đề toán học (thiết lập được quan hệ giữa các biến, thiết lập được quan hệ giữa các hàm)</li> <li>- Lựa chọn mô hình</li> <li>- Biểu diễn mô hình bằng hình vẽ, biểu đồ, đồ thị</li> </ul>
NL giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình toán	Sử dụng các công cụ và phương pháp toán học thích hợp để giải quyết vấn đề hay bài toán đã được toán học hóa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lập luận toán học logic</li> <li>- Chọn và sử dụng phương pháp, công cụ toán học phù hợp để giải quyết bài toán</li> <li>- Tính toán chính xác</li> <li>- Giải quyết và trình bày lời giải</li> </ul>
NL phiên dịch kết quả toán học về kết quả của mô hình mô tả vấn đề thực tế và mô hình thực tế.	Hiểu đúng lời giải và ý nghĩa của mô hình toán học trong hoàn cảnh thực tế để đưa ra kết quả phù hợp cho tình huống ban đầu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lí giải và đưa ra lời giải sử dụng kiến thức thực tế</li> <li>- Thông dịch kết quả toán học với tình huống thực tế ban đầu</li> <li>- Chính xác hóa kết quả với tình huống thực tế và quá trình mô hình hóa toán học</li> </ul>
NL đánh giá kết quả và nếu cần chỉnh sửa mô hình	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Kiểm nghiệm mô hình (ưu điểm và hạn chế, kiểm tra được tính hợp lí và tối ưu của mô hình đã xây dựng)</li> <li>- Thông báo, giải thích, dự đoán, cải tiến mô hình hoặc xây dựng mô hình có độ phức tạp cao hơn sao cho phù hợp với thực tiễn</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Xem xét lại các giả thuyết, đặt câu hỏi về mô hình hoặc lời giải, xem lại các công cụ và phương pháp toán học đã sử dụng</li> <li>- Kiểm tra mô hình (tìm hiểu các hạn chế của mô hình toán học cũng như lời giải của bài toán)</li> <li>- Phản hồi lời giải thực tế, đối chiếu thực tiễn để cải tiến mô hình</li> <li>- Phân tích một cách phê phán về hoạt động mô hình</li> <li>- Mô tả các tiêu chuẩn để đánh giá các mô hình</li> </ul>

Căn cứ vào các tiêu chí và biểu hiện của chúng như đã mô tả trong Bảng 4, chúng tôi đã đề xuất một thang đánh giá theo bốn mức độ, từ 1 đến 4. Trong thang này, chúng tôi gộp 2 NL thành phần: “phiên dịch kết quả toán học” và “đánh giá kết quả, nếu cần thì chỉnh sửa mô hình” thành “phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được”. Chúng tôi sẽ lồng thang bốn mức độ ấy vào thang đánh giá vận dụng cho trường hợp DH chủ đề GTLN – GTNN ở lớp 12.

### **3.2. Xây dựng thang đánh giá năng lực mô hình hóa gắn với chủ đề “Tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số” ở lớp 12**

NL MHH đều có những biểu hiện chung như trên khi người ta cần giải quyết một vấn đề bằng công cụ toán học. Tuy nhiên, không phải bất kì quá trình MHH bài toán nào cũng bộc lộ hết các tất cả các biểu hiện đó, nên việc đưa ra một thang đánh giá cụ thể, chi tiết cho mỗi chủ đề DH đòi hỏi phải tính đến đặc trưng của tri thức được xem xét. Trong phần dưới, chúng tôi sẽ xây dựng một thang đánh giá chi tiết cho các NL thành phần, thông qua một số biểu hiện tiêu biểu được bộc lộ trong tình huống mà ở đó người ta phải giải quyết một vấn đề thực tế liên quan đến chủ đề tìm GTLN-GTNN của hàm số. Hiển nhiên, việc lựa chọn những biểu hiện tiêu biểu này phải dựa vào đặc trưng của quá trình MHH vấn đề thực tế gắn với chủ đề “tìm GTLN-GTNN của hàm số” dạy ở lớp 12.

• *Đặc trưng của quá trình mô hình hóa bài toán thực tế gắn với chủ đề “Tìm GTLN - GTNN của hàm số” ở lớp 12*

Từ một bài toán thực tế thuần túy, có thể xây dựng nhiều mô hình mô tả khác nhau, dẫn đến việc đưa về nhiều mô hình toán và chủ đề toán khác nhau. Vậy, dựa vào những yếu tố cốt lõi nào trong bài toán mà HS nghĩ tới việc cần xây dựng mô hình cho phép đưa về chủ đề tìm GTLN - GTNN chứ không phải là đưa về chủ đề khác? Chúng tôi cần phải làm rõ những đặc trưng chuyên biệt của quá trình MHH bài toán này trước khi xây dựng thang đánh giá.

Việc nghiên cứu tính chuyên biệt này được chúng tôi thực hiện qua phân tích cách giải quyết các bài toán thực tế được xem xét ở trình độ trung học phổ thông liên quan đến vấn đề tìm GTLN-GTNN của hàm số một biến số. Do loại toán này không nhiều trong sách giáo khoa, sách bài tập Giải tích lớp 12, nên chúng tôi đã tìm hiểu thêm trong *Giải tích Calculus 7e* (tập 1) của Mi dành cho bậc trung học. Nghiên cứu đó cho thấy quá trình MHH để giải quyết những bài toán này có một số đặc trưng riêng biệt sau:

- Đối tượng cần tìm trong bài toán: là đối tượng có liên quan đến một đại lượng cần đạt GTLN/ GTNN, thường gắn với các từ khóa: nhỏ nhất, lớn nhất, ít nhất, nhiều nhất, tối đa, tối thiểu, cực đại, cực tiểu, xa nhất, gần nhất, cao nhất...

- Vẽ một hình minh họa: Trong hầu hết các bài toán này, chúng ta nên vẽ một biểu đồ/hình vẽ và xác định các đại lượng đã cho hoặc cần tìm lên biểu đồ/hình vẽ đó.

- Đưa ra kí hiệu: Chọn một kí hiệu cho đại lượng dự kiến sẽ đạt cực đại hay cực tiểu hóa. Tương tự, ta cũng chọn các kí hiệu  $(a, b, c, \dots, x, y)$  cho các đại lượng chưa biết khác và ghi chúng lên biểu đồ.

- Biểu diễn đại lượng cần tìm GTLN/GTNN theo các kí hiệu đã đưa ra.

- Xây dựng hàm mục tiêu  $Q$ : là hàm số cần đạt GTLN/GTNN. Nếu hàm mục tiêu  $Q$  được biểu diễn dưới dạng hàm số có hơn một biến thì sử dụng các thông tin đã cho để tìm mối liên quan (dưới dạng các phương trình) giữa các biến này với nhau. Sau đó sử dụng các phương trình này để loại bỏ tất cả các biến, chỉ để lại duy nhất một biến trong biểu thức  $Q$ . Biểu diễn  $Q$  dưới dạng hàm một biến  $x$ ,  $Q = f(x)$ . (HS cần đưa về hàm một biến, vì lớp 12 chỉ nghiên cứu phương pháp tìm GTLN – GTNN bằng công cụ đạo hàm). Xác định được miền xác định của hàm số này.

- Áp dụng các phương pháp tìm GTLN - GTNN cho  $Q$ .

• *Thang đánh giá NL MHH áp dụng cho chủ đề “Tìm GTLN – GTNN của hàm số” ở lớp 12*

Dựa trên những đặc trưng của quá trình MHH bài toán thực tế gắn với chủ đề GTLN - GTNN của hàm số, chúng tôi xây dựng trong Bảng 6 thang đánh giá từng kĩ năng thành phần của NL MHH DH trong chủ đề này ở lớp 12.

**Bảng 6.** Thang đánh giá NL MHH trong chủ đề GTLN – GTNN của hàm số ở lớp 12  
(thang đánh giá chi tiết)

NL thành phần	Kĩ năng MHH/ Biểu hiện của HS/tiêu chí	Các mức độ của biểu hiện			
		Mức 1	Mức 2	Mức 3	Mức 4
(1) NL hiểu các vấn đề thực tế để xây dựng mô hình mô tả vấn đề thực tế	Đơn giản giả thiết (loại bỏ được các yếu tố gây nhiễu cho tình huống, phân biệt các thông tin có liên quan và không liên quan)	Nhận ra một số thông tin cốt lõi liên quan đến tình huống nhưng không hiểu đúng thông tin nào	Nhận ra một số thông tin cốt lõi liên quan đến tình huống nhưng chỉ hiểu đúng một hoặc hai thông tin	Nhận ra toàn bộ thông tin cốt lõi liên quan đến tình huống và hiểu đúng từ ba thông tin đó	Nhận ra và hiểu đúng tất cả thông tin cốt lõi liên quan đến tình huống
	Làm rõ mục tiêu (Hiểu rõ yêu cầu của tình huống qua việc xác định được đối tượng cần tìm, đối tượng đã cho <sup>1</sup> và	• Không xác định được mục tiêu, cụ thể:  - Không xác định được đối tượng cần tìm	• Xác định được một phần của mục tiêu, cụ thể:  - Xác định được đối tượng cần tìm	• Xác định được phần lớn mục tiêu, cụ thể:  - Xác định được đối tượng cần tìm	• Xác định được rõ ràng, chính xác mục tiêu, cụ thể:  - Xác định được đối tượng cần tìm

<sup>1</sup> Đối tượng đã cho được hiểu trong thang là những đối tượng đã xuất hiện trong đề bài

	đôi tượng chưa biết <sup>2</sup> có liên quan đến đối tượng cần tìm, phát biểu lại vấn đề, rõ ràng, dễ hiểu)	- Không xác định được đối tượng đã cho và đối tượng chưa biết có liên quan đến đối tượng cần tìm - Không phát biểu vấn đề	- Xác định được đối tượng đã cho nhưng không xác định được đối tượng chưa biết có liên quan với đối tượng cần tìm - Phát biểu vấn đề sai	- Xác định được đối tượng đã cho và đối tượng chưa biết có liên quan với đối tượng cần tìm - Phát biểu vấn đề đúng nhưng khó hiểu.	đầy đủ và hiểu đúng về đối tượng đã cho và đối tượng chưa biết có liên quan với đối tượng cần tìm - Phát biểu vấn đề chính xác, rõ ràng, dễ hiểu
	Đưa ra giả định để đơn giản tình huống	• Không có giả định nào	• Nêu giả định không chính xác hoặc giả định không liên quan đến mô hình	• Giả định đã nêu có liên quan đến mô hình • Có giả định đúng nhưng giải thích đưa ra chưa thuyết phục	• Giả định đã nêu có liên quan đến mô hình • Hiểu rõ các giả định, đưa ra và giải thích thuyết phục dựa trên thực tế
(2) NL xây dựng mô hình toán học từ mô hình mô tả vấn đề thực tế	Biểu diễn mô hình bằng biểu đồ (hình vẽ)	• Vẽ biểu đồ không chính xác hoặc chưa biểu diễn được các đại lượng lên biểu đồ	• Vẽ được biểu đồ và biểu diễn chính xác các đại lượng lên biểu đồ	• Vẽ được nhiều hơn một biểu đồ (nếu có) và biểu diễn chính xác các đại lượng lên biểu đồ	• Vẽ được tất cả các trường hợp hợp lý và biểu diễn chính xác các đại lượng lên biểu đồ
	Xác định biến, tham số, hằng số (kèm theo điều kiện)	• Không có biến được liệt kê	• Liệt kê biến chưa đầy đủ, thiếu điều kiện ràng buộc hoặc điều kiện chưa chính xác	• Liệt kê đầy đủ biến, thiếu điều kiện ràng buộc hoặc điều kiện chưa chính xác	• Liệt kê đầy đủ biến kèm điều kiện ràng buộc chính xác
	Thiết lập mệnh đề toán học (thiết lập được quan hệ giữa các biến, thiết lập được quan hệ giữa các hàm, lập được hàm mục tiêu)	• Không thiết lập được quan hệ giữa các biến  • Không thiết lập được hàm	• Thiết lập được một phần quan hệ giữa các biến. Cụ thể lập được phương trình liên quan đến các biến số nhưng chưa đủ phương trình  • Không thiết lập được hàm	• Thiết lập đầy đủ quan hệ giữa các biến. Cụ thể lập được đầy đủ phương trình liên quan đến các biến số  • Thiết lập hàm mục tiêu cho đại	• Thiết lập đầy đủ quan hệ giữa các biến. Cụ thể lập được đầy đủ phương trình liên quan đến các biến số  • Thiết lập chính xác hàm mục tiêu

<sup>2</sup> Đối tượng chưa biết được hiểu trong thang là những đối tượng đề bài chưa cho nhưng phải xác định được thì mới tìm được đối tượng cần tìm (đây là những đối tượng liên quan trực tiếp đến đối tượng cần đạt tối ưu).

	mục tiêu cho đại lượng dự kiến đạt GTLN, GTNN	mục tiêu cho đại lượng dự kiến đạt GTLN, GTNN	lượng dự kiến đạt GTLN, GTNN chưa chính xác	cho đại lượng dự kiến đạt GTLN, GTNN	
(3) NL giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình toán	Đưa hàm mục tiêu về hàm một biến	<ul style="list-style-type: none"> <li>Không đưa được hàm mục tiêu về hàm một biến</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Đưa được hàm mục tiêu về hàm một biến nhưng chưa chính xác và không tìm được miền xác định của hàm số này (hoặc tìm chưa chính xác)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Đưa được hàm mục tiêu về hàm một biến chính xác nhưng tìm miền xác định của hàm số này chưa đúng</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Đưa được hàm mục tiêu về hàm một biến chính xác và tìm đúng miền xác định của hàm số</li> </ul>
	Tim GTLN, GTNN của hàm số hiệu quả, chính xác	<ul style="list-style-type: none"> <li>Không sử dụng được phương pháp tìm GTLN, GTNN</li> <li>Không tìm được GTLN, GTNN</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sử dụng phương pháp tìm GTLN, GTNN không phù hợp</li> <li>Không tìm được GTLN, GTNN</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sử dụng phương pháp tìm GTLN, GTNN phù hợp</li> <li>Tim được GTLN, GTNN (có thể không chính xác)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sử dụng phương pháp tìm GTLN, GTNN hiệu quả nhất</li> <li>Tim được GTLN, GTNN chính xác</li> </ul>
(4) NL phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được	Liên hệ lại vấn đề trong thực tiễn, cụ thể: - Thông dịch kết quả toán học với tình huống thực tế ban đầu - Kiểm tra và phản hồi lời giải thực tế, cải tiến mô hình	Không trả lời được đại lượng cần tìm trong tình huống thực tế	Trả lời được đại lượng cần tìm trong tình huống thực tế. Nhưng chưa xét đến tính hợp lí trong thực tế	Trả lời được đại lượng cần tìm trong tình huống thực tế. Kiểm tra được đến tính hợp lí trong thực tế, có đặt câu hỏi về mô hình hoặc lời giải	Trả lời được đại lượng cần tìm trong tình huống thực tế. Thông báo, giải thích, dự đoán, cải tiến mô hình hoặc xây dựng mô hình có độ phức tạp cao hơn sao cho phù hợp với thực tiễn

#### 4. Kết luận và bàn luận

Về lí luận, xây dựng được một thang đánh giá như chúng tôi đã làm chưa phải là bước cuối cùng để có thể đưa vào vận dụng. Người ta còn phải kiểm định độ tin cậy, độ chính xác của thang đo và các công cụ đánh giá. Một trong những cách thực hiện ở bước này là áp dụng thử thang đo rồi phân tích kết quả để từ đó điều chỉnh thang. Có khi việc này không phải chỉ thực hiện một lần là có ngay thang đo đảm bảo độ tin cậy, chính xác.

Trong thực tế, chúng tôi cũng đã đưa thang đo này thử nghiệm cho 31 HS lớp 12. Lưu ý là thang đo được xây dựng nhắm đến Chương trình 2018. Nhưng chương trình này chỉ bắt đầu được triển khai ở lớp 12 kể từ năm học 2024-2025, nên buộc chúng tôi phải thử nghiệm với HS lớp 12 theo chương trình hiện hành. Người đọc có thể đặt ra câu hỏi: Mục

tiêu hai chương trình khác nhau, tại sao lại dùng cùng một thang đánh giá? Về điều này, ngoài lí do bất khả kháng như vừa nói, chúng tôi còn có thêm những lí do khác, trong đó lí do đầu tiên là dù chưa bàn đến mục tiêu phát triển NL MHH, nhưng chương trình hiện hành vẫn luôn nói đến vấn đề gắn toán học với thực tiễn, có nghĩa là HS vẫn có cơ hội để hình thành NL đó.

Chúng tôi cho rằng “thực nghiệm cần tiến hành trên nhiều bài toán khác nhau mới có thể đánh giá được nhiều KN khác nhau và đầy đủ các mức độ của mỗi KN”.

Lí do thứ nhất, như đã phân tích ở Phần 3.2, không phải bất kì quá trình MHH bài toán nào cũng bộc lộ hết tất cả các biểu hiện hay các KN thành phần của NL MHH. Hơn nữa, trong mỗi bài toán khác nhau, đối với một KN nào đó chỉ yêu cầu một mức độ NL nhất định để xử lí, không cần ở mức độ cao nhất. Ví dụ: Bài toán A đòi hỏi KN “Đơn giản giả thiết” ở mức 4 nhưng KN “Minh họa bằng hình vẽ, biểu đồ, đồ thị” chỉ cần ở mức 3 để giải quyết bài toán. Vì vậy, mỗi KN khác nhau cần có một bài toán phù hợp để đánh giá được đến mức độ NL cao nhất.

Lí do thứ hai, theo chúng tôi rõ ràng việc không đạt được các kĩ năng ở NL (1) không có nghĩa là không có gì ở các KN của NL (2), vì các NL này không hoàn toàn phụ thuộc vào nhau – nó khác với các bước của quy trình MHH (nếu không thực hiện được bước 1 thì không thể thành công ở các bước tiếp theo). Lập luận này cũng phù hợp với nguyên tắc “đánh giá trên cả quá trình”. Vì vậy, chúng tôi muốn đánh giá các KN thuộc các nhóm NL sau thì nên chọn bài toán không đòi hỏi cao các KN ở nhóm NL trước.

Trong thực nghiệm này, chúng tôi đặt HS trước hai bài toán cần có sự tác động của MHH. Chúng tôi phân tích kết quả quan sát ứng xử và sản phẩm của HS theo hai thang đánh giá, một của Ludwig và Xu trình bày ở Bảng 1, một là do chúng tôi xây dựng.

Phân tích thực nghiệm của chúng tôi cho thấy: Một số HS có cùng mức độ NL khi đánh giá bằng thang của Ludwig và Xu, nhưng khi kiểm chứng bằng thang chi tiết do chúng tôi xây dựng thì mức độ từng KN có sự phân bố khác nhau. Điều này đã chỉ ra được một ưu điểm của thang đánh giá chi tiết là *hai HS tương chừng có cùng mức độ NL MHH nhưng không đồng nghĩa sẽ có cùng mức độ các kĩ năng thành phần*. Thang đánh giá chi tiết đã chỉ ra mức độ NL của từng kĩ năng thành phần, giúp người đánh giá biết được KN nào, trong NL thành phần nào HS còn yếu kém, KN nào chưa được chú trọng, từ đó tìm hiểu nguyên nhân và bổ sung những kiểu nhiệm vụ còn thiếu sót vào chương trình, sách giáo khoa, góp phần nâng cao NL MHH cho HS Việt Nam. Đây cũng là một hướng được mở ra của nghiên cứu. Hơn nữa, sau khi đã đánh giá được từng kĩ năng của HS ở thời điểm hiện tại đang ở mức nào, cần có nhiều hơn nữa các công trình nghiên cứu nhằm bồi dưỡng, phát triển NL MHH cho HS trong chủ đề “Tìm GTLN - GTNN của hàm số” ở lớp 12 nói riêng và NL MHH nói chung.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Blomhøj, M., Jensen, T. (2007). *What's all the fuss about competencies?* In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.): *Modelling and Applications in Mathematics Education (ICMI Study 14)*, 45-56, Springer.
- Blum, W., & Kaiser, G. (1997). *Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden* [Comparative empirical studies at mathematical application skills of English and German learners]. Unpublished manuscript, German Research Foundation, Bonn, Germany.
- Blum, W. et al. (2002). ICMI Study 14: Application and Modelling in Mathematics Education – Discussion Document. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 23(3/4), 262-280.
- Chan, C. M., Ng, K. E., Widjaja, W., & Cynthia, S. (2012). *Assessment of Primary 5 students' mathematical modeling competencies*. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 35(2), 146-178.
- Gaimme: *Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education, Second Edition*, Sol Garfunkel and Michelle Montgomery, editors, COMAP and SIAM, Philadelphia, 2019.
- Henning H., & Keune M., (2004). *Levels of modelling competencies*. In: Blum W., Galbraith PL, Henn HW., Niss M. (eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education*, 225-232. New ICMI Study Series, 10, Springer, Boston, MA.
- Ikedá, T., & Stephens, M. (1998). The influence of problem format on students' approaches to mathematical modelling. In P. Galbraith, W. Blum, G. Booker, & I. Huntley (Eds.), *Mathematical modelling, teaching and assessment in a technology-rich world* (223-232). Chichester: Horwood Publishing.
- Jensen, T. (2007). *Assessing Mathematical Modelling Competency*. Mathematical Modelling (ICTMA12) Education, Engineering and Economics ISBN 978-1-904275-20-6 Chichester: Horwood (2007), 510pp.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. *Journal: Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, 110-119 (01/08/2007).
- Leong, K. E., & Tan, J.Y. (2015). *Assessment of secondary students' mathematical competencies*. ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education 11-15, 337-345.
- Le Thi Hoai Chau (2011). *Teaching statistics in high schools and improving students' math skills [Day hoc Thong ke o trung pho thong va van de nang cao nang luc hieu biet toan cho hoc sinh]*. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, (25).
- Lingefjard, T. (2004). *Assessing engineering student's modeling skills*. Retrieved from [http://www.cdio.org/files/assess\\_model\\_skls.pdf](http://www.cdio.org/files/assess_model_skls.pdf)
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal for Didactics of Mathematics*, (31), 77-97.

- Maab, K., (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.
- Ministry of Education and Training (2018). *Mathematics General Education Program December 26, 2018* [Chương trình Giáo dục Phổ thông môn Toán ngày 26 tháng 12 năm 2018]
- Ministry of Education and Training (2018). *General Education Program - Overall Program December 26, 2018* [Chương trình Giáo dục Phổ thông – Chương trình tổng thể ngày 26 tháng 12 năm 2018]
- Niss, M. (2004). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagtsis & Papastavridis (Eds), *Proceedings of 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education* (115-124). Greece, Athens: The Hellenic Mathematical Society.
- Niss, M., & Jensen, T. H. (Eds.) (2007). *Competencies and Mathematical Learning – Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. English translation of part I-VI of Niss & Jensen (2002). Under preparation for publication in the series *Tekster fra IMFUFA*, Roskilde University, Denmark. To be ordered from [imfufa@ruc.dk](mailto:imfufa@ruc.dk).
- OECD. (2002). *Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptual Foundation*.
- Phan Dong Chau Thuy, & Nguyen Thi Ngan (2017). Building a scale and a tool to evaluate students' problem-solving skills through project-based learning [*Xây dựng thang đo và bộ công cụ đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của học sinh qua dạy học dự án*]. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 14(56).

---

**ASSESSMENT OF 12<sup>TH</sup> GRADERS' MODELING COMPETENCE  
IN THE THEME-BASED TEACHING "FINDING THE MAXIMUM  
OR MINIMUM VALUE OF A FUNCTION"**

*Le Thi Hoai Chau<sup>1\*</sup>, Nguyen Thi Nhan*

<sup>1</sup>*Van Hien University*

<sup>2</sup>*Ben Cat High School, Binh Duong Province*

*\*Corresponding author: Le Thi Hoai Chau – Email: [chaulth@vhu.edu.vn](mailto:chaulth@vhu.edu.vn)*

*Received: November 21, 2019; Revised: December 05, 2019; Accepted: December 11, 2019*

**ABSTRACT**

*The initial part of this paper presents some fundamental concepts regarding the research purpose such as mathematics modeling competence, its structure, and assessment approaches. The methodology for constructing a modeling competence assessment scale is then presented in the second part, followed by the discussion of the overall scale for evaluating modeling competence, then the application of the scale to the theme "finding the maximum - minimum value of a function" taught in 12<sup>th</sup> grade is also reported in this paper.*

**Keywords:** Mathematical modeling competence; Assessing of mathematical modeling competence; Maximum value - minimum value of a function.