

Bài báo nghiên cứu

**GIẢI THÍCH NGUYÊN NHÂN SAI LẦM CỦA HỌC SINH
KHI HỌC CHỦ ĐỀ PHÉP CHIA HẾT
DƯỚI NGÔN NGỮ CỦA DIDACTIC TOÁN***Nguyễn Thiện Chí**Trường THCS Võ Việt Tân - Tiền Giang**Tác giả liên hệ: Nguyễn Thiện Chí – Email: thienchi67@gmail.com**Ngày nhận bài: 17-11-2019; ngày nhận bài sửa: 28-11-2019; ngày duyệt đăng: 27-02-2020***TÓM TẮT**

Trong dạy học Toán, một trong những nhiệm vụ quan trọng của giáo viên là giúp học sinh phát hiện ra và khắc phục các sai lầm mắc phải. Từ đó, HS được tạo cơ hội để phát triển tư duy, củng cố kiến thức, kỹ năng. Sai lầm của HS biểu hiện rất đa dạng và do nhiều nguyên nhân khác nhau.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng hai mô hình để tìm hiểu nguồn gốc sai lầm của học sinh: “quy tắc hành động” và “quan niệm”. Để minh họa cho cách tiếp cận này, chúng tôi xét việc giải bài toán: “Tìm giá trị nguyên của a để giá trị của biểu thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ chia hết cho giá trị của biểu thức $a^2 + 1$ ”. Giả thuyết được hình thành từ phân tích thể chế: “Tồn tại quy tắc hành động: Khi giải bài toán học sinh thực hiện phép chia hai đa thức, rồi cho dư bằng 0 để tìm a ”. Kết quả nghiên cứu cho thấy nhiều học sinh mắc lỗi trong giải quyết bài toán bởi “quy tắc hành động” trên và “quan niệm” a là chữ được gán giá trị.

Từ khóa: quy tắc hành động; phép chia hết; sai lầm trong giải bài toán

1. Đặt vấn đề

Thực tế giảng dạy cho thấy học sinh (HS) gặp nhiều khó khăn khi học các kiến thức gắn liền với phép chia hết trên tập hợp số nguyên và tập các đa thức. Đặc biệt, chúng tôi thường thấy hiện tượng sau: Phần lớn HS lớp 8 đều giải đúng bài toán “Tìm a để đa thức $2x^3 - 3x^2 + x + a$ chia hết cho đa thức $x + 2$ ”, nhưng lại sai lầm khi giải bài toán “Tìm $a \in \mathbb{Z}$ để giá trị của biểu thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ chia hết cho giá trị của biểu thức $a^2 + 1$ ”. Tại sao HS phạm phải sai lầm này?

Vì vậy, qua bài báo này chúng tôi mong muốn một phần nào đó làm rõ nguyên nhân sai lầm của HS lớp 8 khi giải bài toán trên dưới góc độ của Didactic Toán (Didactic Toán quan tâm đến việc xây dựng tri thức toán học, đến hoạt động và những điều kiện của việc học tập các kiến thức trong môn học này).

2. Nội dung nghiên cứu

Cite this article as: Nguyen Thien Chi (2020). Explaining the causes of students' misperception in learning divisibility rules using Didactic mathematics. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 17(2), 388-396.

2.1. Sai lầm trong nghiên cứu didactic Toán

2.1.1. Các quan niệm về sai lầm trong các lý thuyết học tập

Học thuyết về hành vi coi sai lầm là sự phản ánh của sự thiếu hiểu biết hay sự vô ý, bất cẩn mà thôi. Trong khi đó học thuyết kiến tạo lại xem sai lầm và phát hiện ra sai lầm là một yếu tố quan trọng trong việc xây dựng hoạt động nhận thức của HS với lý do như sau: khi tạo ra sự mất cân bằng trong hệ tư duy của chủ thể, việc nhận ra sai lầm tạo điều kiện thuận lợi để vượt qua nó và làm nảy sinh một thể cân bằng gia tăng mới. Người ta cho rằng sai lầm không phải là một sự kiện thứ yếu xảy ra trong một quá trình. Nó không nằm ngoài kiến thức mà chính là biểu hiện của kiến thức.

Brousseau cũng nhấn mạnh đến tầm quan trọng của việc nghiên cứu sai lầm thông qua đoạn trích sau: “Sai lầm không phải chỉ là hậu quả của sự không hiểu biết, không chắc chắn, ngẫu nhiên theo cách nghĩ của những người theo chủ nghĩa kinh nghiệm và chủ nghĩa hành vi, mà còn có thể là hậu quả của những kiến thức đã có từ trước, những kiến thức đã từng có ích đối với việc học tập trước kia, nhưng lại là sai, hoặc đơn giản là không còn phù hợp nữa đối với việc lĩnh hội kiến thức mới. Những sai lầm kiểu này không phải là không dự kiến trước được, và chúng tạo nên những chướng ngại. Trong hoạt động của thầy giáo cũng như trong hoạt động của học sinh, sai lầm có thể sinh ra từ nghĩa của kiến thức được thu nhận bởi chủ thể này”. (Bessot, Comiti, Le, & Le, 2009, p. 57).

2.1.2. Giải thích sai lầm của học sinh theo cách tiếp cận của Didactic Toán

2.1.2.1. Sai lầm và quy tắc hành động

Quy tắc hành động là một mô hình được xây dựng nhằm giải thích và chỉ rõ những kiến thức mà HS đã sử dụng để đưa ra câu trả lời khi thực hiện một nhiệm vụ xác định. Quy tắc hành động này liên quan đến một hay nhiều tính chất *toán học gắn bó rất chặt chẽ* với các quy trình hay câu trả lời của HS. (Bessot, Comiti, Le, & Le, 2009, p. 81).

Các quy tắc hành động được chỉ rõ qua việc nghiên cứu những câu trả lời sai của HS, vẫn có thể mang lại câu trả lời đúng trong một số tình huống. Những tình huống đó xác định phạm vi hợp thức của quy tắc hành động. Thông thường thì phạm vi hợp thức này không rộng, thậm chí nó có thể dường như rất rộng đối với HS, bởi vì những tình huống mà HS gặp lại gia cố thêm cho nó. Một câu trả lời sai thường đến từ việc áp dụng một quy tắc hành động ở ngoài phạm vi hợp thức của nó. (Bessot, Comiti, Le, & Le, 2009, p. 81).

2.1.2.2. Sai lầm và “quan niệm”

Quan niệm là một mô hình được nhà nghiên cứu xây dựng để phân tích ứng xử nhận thức của HS trước một kiểu vấn đề liên quan đến một khái niệm toán học. Mô hình này cho phép:

- Vạch rõ sự tồn tại nhiều quan điểm có thể về cùng một khái niệm, những cách xử lý được kết hợp với chúng, sự thích ứng của chúng với lời giải của một lớp nào đó các bài toán;
- Phân biệt *tri thức* mà thầy giáo muốn truyền thụ với những *kiến thức thực tế được học sinh xây dựng*.

Brousseau định nghĩa quan niệm là:

Một tập hợp các quy tắc, cách thực hành, tri thức cho phép giải quyết một cách tương đối tốt một lớp tình huống và vấn đề, trong khi đó lại tồn tại một lớp tình huống khác mà trong đó quan niệm này dẫn đến thất bại, hoặc nó gợi lên những câu trả lời sai, hoặc kết quả thu được một cách khó khăn trong điều kiện bất lợi” (Bessot, Comiti, Le, & Le, 2009, p. 91).

2.2. Giải thích sai lầm của học sinh khi học chủ đề phép chia hết

Trong phạm vi lí thuyết tham chiếu đã nêu, chúng tôi đặt lại câu hỏi sau: Quy tắc hành động nào, những quan niệm nào được HS vận dụng góp phần tạo ra sai lầm khi giải bài toán: “Tìm $a \in \mathbb{Z}$ để giá trị của biểu thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ chia hết cho giá trị của biểu thức $a^2 + 1$ ”.

Tài liệu chúng tôi chọn phân tích là bộ sách hiện hành: Sách giáo khoa (SGK) Toán 8 tập 1, SGK Toán 6 tập 1, sách bài tập (SBT) toán 8 tập 1. Sau khi phân tích, chúng tôi quan tâm đến 2 kiểu nhiệm vụ sau có liên quan đến phép chia hết xuất hiện ở SGK lớp 8.

2.2.1. Kiểu nhiệm vụ T1: “Xác định giá trị của hệ số để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$ ”

SGK đưa vào bài tập sau: “Tìm số a để đa thức $2x^3 - 3x^2 + x + a$ chia hết cho đa thức $x + 2$ ”. (Phan, 2004, p. 32). *Phần hướng dẫn giải* tìm thấy trong SGK: “Đặt phép chia, rồi cho dư bằng 0, tìm được $a = 30$ ” (Phan, 2004, p. 34).

* *Kỹ thuật giải* τ_1 :

- *Bước 1*: Thực hiện phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $g(x)$ tìm được đa thức dư;
- *Bước 2*: Cho dư bằng 0, từ đó tìm được giá trị của hệ số.

* *Công nghệ* θ_1 :

- Chia đơn thức cho đơn thức, nhân đơn thức với đa thức, cộng, trừ đa thức một biến;
- Định lí về phép chia có dư.

* *Lí thuyết* Θ_1 :

- Định nghĩa đơn thức, đa thức, bậc đa thức;
- Định lí về bậc của đa thức.

* *Nhận xét*: Đặc trưng của T1 là trong đa thức bị chia có sự xuất hiện của hai kí hiệu chữ, chữ a giữ vai trò là hệ số, chữ x giữ vai trò là biến số, kỹ thuật τ_1 được trình bày ngầm ẩn thông qua phần hướng dẫn giải ở trên, kỹ thuật này dễ hiểu và dễ sử dụng.

2.2.2. Kiểu nhiệm vụ T2: “Tìm số nguyên n để $A(n)$ chia hết cho $B(n)$ ”

Bài tập thuộc kiểu nhiệm vụ này xuất hiện ở SGK và SBT lớp 8. SBT lớp 8 tập 1 đưa vào bài toán sau:

Ví dụ: “Tìm giá trị nguyên của n để giá trị của biểu thức $3n^3 + 10n^2 - 5$ chia hết cho giá trị của biểu thức $3n + 1$ ” (Ton, 2004, p. 13).

Hướng dẫn giải tìm thấy ở SBT như sau:

“Thực hiện phép chia, ta có: $3n^3 + 10n^2 - 5 = (3n + 1)(n^2 + 3n - 1) - 4$. Để có phép chia hết thì $4 \vdots 3n + 1$. Vậy ta tìm số nguyên n sao cho $3n + 1$ là ước của 4. Khi đó ta có: $n = 0; n = -1; n = 1$ ” (Ton, 2004, p. 21).

* *Kỹ thuật giải* τ_2 :

- Thực hiện phép chia $A(n)$ cho $B(n)$.
- Viết dạng đẳng thức $A(n) = B(n).Q(n) + R(n)$ ($Q(n)$: đa thức thương, $R(n)$: đa thức dư)
- Để có phép chia hết thì $R(n) : B(n) (*)$.
- Tìm số nguyên n thỏa mãn (*).

* *Công nghệ* θ_2 :

- Phép chia đơn thức cho đơn thức, phép nhân đơn thức với đa thức, cộng, trừ đa thức một biến.

- Định lí về phép chia dư của đa thức.
- Tính chất: Nếu $a + b : m$ và $a : m$ thì $b : m$ (với $a, b, m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$)
- Định nghĩa bội và ước của một số nguyên.

* *Lý thuyết* Θ_2 :

- Tính chất chia hết của một tổng.
- Định nghĩa phép chia hết trên tập số nguyên.
- Định nghĩa đơn thức, đa thức, bậc đa thức.
- Định lí về bậc của đa thức.

* *Nhận xét*:

Chúng tôi nhận thấy ở T1: Tìm a , chữ a giữ vai trò là hệ số, x có vai trò là biến số nhận giá trị trong \mathbb{R} , số dư phụ thuộc a .

- Ở T2: Tìm n , mà n giữ vai trò là biến số nhận giá trị trong tập hợp số nguyên, số dư là số nguyên cụ thể (trong bài toán minh họa ở trên), về thực chất đây là bài toán chia hết trong tập số nguyên, việc thực hiện phép chia đa thức chỉ là một *công cụ* để biến đổi được về đẳng thức: $A(n) = B(n).Q(n) + R(n)$.

Cụ thể trong bài toán trên là đưa đến đẳng thức: $3n^3 + 10n^2 - 5 = (3n + 1)(n^2 + 3n - 1) - 4$. Từ đó vận dụng tính chất chia hết trong tập hợp số nguyên là: Nếu $a + b : m$ và $a : m$ thì $b : m$.

- Bản chất của τ_1 là thực hiện phép chia đa thức với mục đích cho số dư bằng 0 (một cách ngầm ẩn là được hiểu theo nghĩa dư bằng 0 với mọi giá trị của biến), rồi tìm a , trong khi bản chất của τ_2 là thực hiện phép chia đa thức để từ đó vận dụng tính chất chia hết trên tập hợp số nguyên (HS đã học ở lớp 6: “ $(a + b) : m; a : m \Rightarrow b : m$ ”), với mục đích đưa đến *số dư chia hết cho số chia*, để rồi từ đó dùng phương pháp liệt kê các ước số để tìm n . Mặt khác ở T1 là yêu cầu *xác định giá trị của hệ số để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$* (kí hiệu chữ a cần tìm có vai trò là hệ số và đây là bài toán chia hết trên tập các đa thức), trong khi ở T2 thì *xác định giá trị nguyên của n để giá trị của biểu thức $A(n)$ chia hết cho giá trị của biểu thức $B(n)$* (kí hiệu chữ n cần tìm có vai trò là biến số và đây là bài toán chia hết trên tập hợp số nguyên). Liệu HS có quan tâm đến sự khác biệt này không? Hơn nữa kỹ thuật τ_2 và yếu tố công nghệ “ $(a + b) : m; a : m \Rightarrow b : m$ ” chỉ đưa vào ngầm ẩn thông qua phần

hướng dẫn giải bài toán, như vậy HS có làm chủ được kĩ thuật và yếu tố công nghệ này không? Đến đây một câu hỏi được đặt ra là: Nếu trong T2, yêu cầu xác định giá trị của a (a là biến số nhận giá trị trong Z), mà số dư phụ thuộc a , thì khi đó HS sẽ ứng xử thế nào? Chẳng hạn bài toán sau: “Tìm các giá trị nguyên của a để giá trị của biểu thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ chia hết cho giá trị của biểu thức $a^2 + 1$ ”. Khi đó có một điểm đáng chú ý là ở T1 và T2 sử dụng cùng một kí hiệu chữ a nhưng nghĩa khác nhau, hơn nữa trong luận văn của Nguyen (2010) đã chỉ ra tính đa nghĩa của kí hiệu chữ, chẳng hạn: “chữ được gán giá trị, chữ chỉ ẩn số, chữ chỉ biến số...”. Từ tính phức tạp về nghĩa của kí hiệu chữ thì HS hiểu chữ a trong bài toán trên mang nghĩa nào? mặt khác kĩ thuật và yếu tố công nghệ để giải quyết bài tập dạng này không được trình bày một cách tường minh, hơn nữa ở T1 có thể hình thành ở HS dạng thức hành động: “Muốn tìm a để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$ thì chỉ cần cho dư bằng 0, rồi tìm a ”, dạng thức này vận hành tốt và trở nên một kiến thức bền vững ở HS, do đó liệu HS có sự điều tiết thích ứng trong bước chuyển từ T1 sang T2 không? Từ các phân tích trên chúng tôi dự đoán tồn tại ở HS quy tắc hành động sau:

R: “Muốn tìm các số nguyên a để giá trị của biểu thức $A(a)$ chia hết cho giá trị của biểu thức $B(a)$, ta lấy $A(a)$ chia cho $B(a)$ để tìm số dư và đặt số dư bằng 0 để tìm a ”.

2.3. Thực nghiệm

Trọng tâm của phần này là đưa vào kiểm chứng sự tồn tại ở HS quy tắc hành động sau:

R: “Muốn tìm các số nguyên a để giá trị của biểu thức $A(a)$ chia hết cho giá trị của biểu thức $B(a)$, ta lấy $A(a)$ chia cho $B(a)$ để tìm số dư và đặt số dư bằng 0 để tìm a ”

2.3.1. Đối tượng và hình thức thực nghiệm

Đối tượng thực nghiệm là HS lớp 8, ngay sau khi học xong lí thuyết và bài tập về phép chia hết trong tập số nguyên, phép chia đa thức một biến đã sắp xếp, định lí về phép chia dư của đa thức. HS sẽ được phát tờ giấy đề bài toán. Thời gian thực nghiệm cho bài toán là 20 phút. HS làm bài cá nhân với bài toán này.

2.3.2. Phân tích tiên nghiệm bài toán thực nghiệm

2.3.2.1. Nội dung bài toán thực nghiệm

Bài toán: Tìm các giá trị nguyên của a để giá trị của biểu thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ chia hết cho giá trị của biểu thức $a^2 + 1$. Sau đây là lời giải của một HS lớp 8:

Đặt phép chia:

$$\begin{array}{r|l} a^3 - a^2 + 2a + 7 & a^2 + 1 \\ \hline a^3 & + a \\ \hline -a^2 + a + 7 & \\ -a^2 & -1 \\ \hline a + 8 & \end{array}$$

Do đó: $(a^3 - a^2 + 2a + 7):(a^2 + 1) \Leftrightarrow a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = -8$. Vậy $a = -8$ là giá trị cần tìm.

Hãy cho biết ý kiến của em về lời giải trên bằng cách đánh chéo vào ô thích hợp:

Đúng	Sai
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Giải thích vì sao em chọn như vậy

2.3.2.2. Phân tích chi tiết bài toán thực nghiệm

Trong bài toán này chúng tôi chọn kí hiệu chữ có vai trò là biến số nhận giá trị trong tập hợp số nguyên nhằm xem HS có nhận ra đây là bài toán chia hết trong tập hợp số nguyên không? Việc chọn số dư có chứa biến số nhằm xem HS có vượt qua được chướng ngại cho số dư bằng 0 hay không? Việc yêu cầu HS giải thích cho phép chúng tôi thấy được lập luận mà HS đã cung cấp. Từ những thông tin này cho phép xác định được chiến lược mà họ đã sử dụng để tìm ra câu trả lời. Thông qua bài toán này chúng tôi kiểm chứng sự tồn tại ở HS quy tắc hành động R và xem HS quan niệm như thế nào về nghĩa của kí hiệu chữ a.

* Các chiến lược có thể

S1: Chiến lược “Số”: trong chiến lược này xuất phát từ cách hiểu nghĩa của kí hiệu chữ: chữ được gán giá trị.

Câu trả lời tương ứng với S1: có hai khả năng xảy ra:

S1a: Chọn đúng với giải thích có thể là với $a = -8$ ta có số -585 chia hết cho 65;

S1b: Chọn sai với giải thích có thể là thử chọn được $a = 0$ hoặc $a = 2$ thỏa mãn điều kiện chia hết của bài toán;

S2: Chiến lược “Phép chia + số dư”: Chiến lược này sinh ra từ cách hiểu “Để có phép chia hết thì buộc số dư phải bằng 0”, hoặc quan niệm đây là phép chia có dư nên không tồn tại a thỏa mãn yêu cầu bài toán (ở đây có một điểm đáng chú ý là mặc dù đa thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ không chia hết cho đa thức $a^2 + 1$, nhưng có những giá trị nguyên của a làm cho giá trị của biểu thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ chia hết cho giá trị của biểu thức $a^2 + 1$).

Câu trả lời tương ứng với S2:

S2a: Thực hiện phép chia đa thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ cho đa thức $a^2 + 1$ được thương là $a - 1$ dư là $a + 8$. Do đó: $(a^3 - a^2 + 2a + 7):(a^2 + 1) \Leftrightarrow a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = -8$. Vậy $a = -8$ là giá trị cần tìm. Chọn đúng với giải thích có thể “Để có phép chia hết thì dư phải bằng 0”

S2b: Chọn sai với giải thích có thể là “Vì đây là phép chia có dư nên không tồn tại a”;

S3: Chiến lược “Phép chia + tính chất chia hết trong Z”, chiến lược này có được từ cách hiểu đây là bài toán chia hết trong tập hợp số nguyên, việc thực hiện phép chia chỉ là một công cụ để biến đổi về dạng áp dụng được tính chất chia hết trong tập số nguyên, chiến lược này thể hiện một quan niệm đúng. Câu trả lời tương ứng với S3: Chọn sai với giải thích có thể là:

Thực hiện phép chia đa thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ cho đa thức $a^2 + 1$ được thương là $a - 1$ dư là $a + 8$. Do đó:

$$a^3 - a^2 + 2a + 7 = (a^2 + 1)(a - 1) + (a + 8)$$

$$(a^3 - a^2 + 2a + 7) : (a^2 + 1) \Leftrightarrow a + 8 : a^2 + 1$$

$$\Rightarrow (a + 8)(a - 8) : a^2 + 1 \Rightarrow a^2 - 64 : a^2 + 1$$

$$\Rightarrow [(a^2 + 1) - 65] : a^2 + 1 \Rightarrow 65 : a^2 + 1$$

$$\Rightarrow a^2 + 1 \in \{1; 5; 13; 65\} \Rightarrow a \in \{0; 2; -2; 8; -8\}$$

Thử lại trong các giá trị trên chỉ có $a = 0$; $a = 2$; $a = -8$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

S4: Chiến lược “Tách hạng tử + tính chất chia hết trong Z ”. Xuất phát từ cách hiểu “việc tách hạng tử vẫn biến đổi đa thức bị chia thành các hạng tử chứa $a^2 + 1$ ”, đây là cách hiểu đúng. Câu trả lời tương ứng với S4: Chọn sai với giải thích có thể là:

$$a^3 - a^2 + 2a + 7 = a^3 + a - a^2 - 1 + a + 8$$

$$= a(a^2 + 1) - (a^2 + 1) + (a + 8) = (a^2 + 1)(a - 1) + (a + 8)$$

Tiếp tục thực hiện giống S3.

Nếu HS vượt qua được chướng ngại “đề có phép chia hết thì buộc dư phải bằng 0” thì các chiến lược S1, S3, S4 có cơ hội xuất hiện. Nếu xem a là chữ được gán giá trị thì S1 được ưu tiên. Nếu xem a là biến nhận giá trị trong tập hợp số nguyên và nhận ra đây là bài toán chia hết trong tập số nguyên thì các chiến lược S3, S4 có cơ hội xuất hiện. Trong trường hợp không vượt qua được chướng ngại như đã nêu thì S2 có khả năng xuất hiện. Khi đó, chứng tỏ quy tắc hành động R tồn tại ở HS.

2.3.3. Phân tích hậu nghiệm bài toán thực nghiệm

Chúng tôi thực nghiệm trên 111 HS lớp 8, Trường THCS Võ Việt Tân – Tiền Giang.

Thống kê các câu trả lời bài toán thực nghiệm của học sinh

Các chiến lược quan sát được	Kiểu câu trả lời		Tổng
	Đúng	Sai	
S1: Chiến lược “Số”			
S1a. Chọn đúng vì với $a = -8$ thì -585 chia hết cho 65	7	0	7
S1b. Chọn sai vì thử chọn được $a = 0$ hoặc $a = 2$ là giá trị cần tìm.	0	9	9
S2: Chiến lược “Phép chia + số dư”			
S2a. Đề có phép chia hết thì dư phải bằng 0	78	0	78
S2b. Vì phép chia dư nên không tồn tại a	0	4	4
S3: Chiến lược “Phép chia + tính chất chia hết trong Z ”	0	12	12
S4: Chiến lược “Tách hạng tử + tính chất chia hết trong Z ”	0	1	1
Tổng	85	26	111

Từ bảng thống kê cho thấy có 16/111 (14,4%) sử dụng S1 trong đó có 7/16 HS chọn đúng với giải thích điển hình quan sát được là “Vì khi cho $a = -8$ thì có số -585 chia hết cho 65 ” hoặc “Xem a là số -8 thì có phép chia hết”, có 9/16 chọn sai với giải thích “Ngoài giá trị $a = -8$ các HS này gán cho a các giá trị số cụ thể $a = 0$; $a = 2$, sau đó thử lại thỏa mãn yêu cầu bài toán và kết luận đó là các giá trị cần tìm”, có 12/111 (10,8%) chọn sai và nhận ra đây là bài toán chia hết trong tập hợp số nguyên, sử dụng chiến lược S3 và giải đúng, có 01/111 (0,9%) HS chọn sai và giải thích bằng cách sử dụng chiến lược S4, HS này làm sai phần liệt kê các ước, đặc biệt có 78/111 (70,3%) sử dụng chiến lược S2a chọn đúng, với giải thích điển hình quan sát được là: “Để chia hết thì đa thức dư phải bằng 0”; “Để tìm a thì phải cho dư bằng 0: $a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = -8$ ”; “Vì phép chia có dư bằng 0 là phép chia hết nên cho $a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = -8$ ”, có 04/111 (3,6%) sử dụng S2b chọn sai với giải thích “Phép chia có số dư là $a + 8$ nên đó là phép chia có dư. Vậy không có a ”.

Tóm lại: Thực nghiệm đã chỉ ra rằng có 3 nguyên nhân dẫn đến sai lầm khi giải bài toán “Tìm các giá trị nguyên của a để giá trị của biểu thức $a^3 - a^2 + 2a + 7$ chia hết cho giá trị của biểu thức $a^2 + 1$ ” là:

- HS quan niệm: “Để có phép chia hết thì cho dư bằng 0 mà không quan tâm đến vai trò của kí hiệu chữ và bài toán chia hết được xét trên tập hợp các đa thức hay tập hợp các số nguyên”, thực nghiệm cho thấy có 78/111 (70,3%) HS giải thích theo hướng này. Vậy quy tắc hành động R đã tồn tại ở HS lớp 8.

- HS quan niệm “Kí hiệu chữ a là chữ được gán giá trị”, thực nghiệm đã chỉ ra có 16/111 (14,4%) HS giải thích theo hướng này.

- HS quan niệm “Vì phép chia đã cho là phép chia có dư nên không có giá trị nguyên nào của a thỏa mãn yêu cầu bài toán”, thực nghiệm cho thấy có 3,6% HS giải thích theo hướng này.

3. Kết luận

Đối với kiểu nhiệm vụ “Tìm số nguyên n để $A(n)$ chia hết cho $B(n)$ ”, trong trường hợp cụ thể là bài toán đã nêu trên, nghiên cứu của chúng tôi đã chỉ ra sự gắn kết giữa những câu trả lời sai của HS lớp 8 với quy tắc hành động và các quan niệm sau:

Sai lầm do tồn tại quy tắc hành động:

R: “Muốn tìm các số nguyên a để giá trị của biểu thức $A(a)$ chia hết cho giá trị của biểu thức $B(a)$, ta lấy $A(a)$ chia cho $B(a)$ để tìm số dư và đặt số dư bằng 0 để tìm a ”.

Sai lầm do quan niệm: “Kí hiệu chữ a mang nghĩa là chữ được gán giá trị” và “Vì phép chia dư nên không tồn tại a ”.

Sự tồn tại của quy tắc hành động R đã chứng tỏ rằng tính phức tạp về “nghĩa” của kí hiệu “Chữ” đã tạo nên “Chướng ngại” cho việc học tập phép chia hết. Từ việc HS phạm phải sai lầm như đã nêu khi học tập chủ đề phép chia hết, điều này tạo ra cho chúng tôi câu hỏi gợi ý sau: Có thể xây dựng các tình huống xung đột nhận thức, cho phép làm mất ổn định và dẫn tới phá hủy các kiến thức cũ, địa phương, nguồn gốc của sai lầm như đã đề cập hay không? Câu hỏi này sẽ được trả lời trong các nghiên cứu tiếp theo.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Nguyen Thien Chi (2010). *Absolute value concept in teaching mathematics in high school* [Khai niệm giá trị tuyệt đối trong dạy học Toán ở trường phổ thông]. Master's thesis in educational science, specialty: didactics of mathematics Ho Chi Minh City Pedagogical University.
- Phan Đức Chính (2004). *Math textbook 8 volume 1* [Sách giáo khoa Toán 8 tập 1]. Educational Publishing House.
- Phan Đức Chính (2004). *Math teacher book 8 volume 1* [Sách giáo viên Toán 8 tập 1]. Educational Publishing House.
- Ton Than (2004). *Math exercises 8 volume 1* [Sách bài tập Toán 8 tập 1]. Educational Publishing House
- Phan Đức Chính (2002). *Math textbook 6 volume 1* [Sách giáo khoa Toán 6 tập 1]. Educational Publishing House.
- Annie Bessot, Claude Comiti, Le Thi Hoai Chau, & Le Van Tien (2009). *The basic elements of math didactic* [Những yêu tố cơ bản của Didactic Toán]. Ho Chi Minh City National University Publishing House.

EXPLAINING THE CAUSES OF STUDENTS' MISPERCEPTION IN LEARNING DIVISIBILITY RULES USING DIDACTIC MATHEMATICS

Nguyen Thien Chi

Vo Viet Tan Secondary School – Tien Giang

Corresponding author: Nguyen Thien Chi – Email: thienchi67@gmail.com

Received: November 17, 2019; Revised: November 28, 2019; Accepted: February 27, 2020

ABSTRACT

One of teachers' important tasks in teaching mathematics is to help students identify and correct their mistakes. It may facilitate, students to develop their intellectual competence and reinforce knowledge and skills. Students' mistakes are varied and have different causes.

In this study, we used two models to interpret the source of student mistakes: “rule of action” and “concept”. To illustrate this approach. We consider solving the problem: “Find the integer value of a so that the value of the expression $a^3 - a^2 + 2a + 7$ is divisible by the value of the expression $a^2 + 1$ ”. Hypotheses formulated from institutional analysis: “There exists a rule of action: when solving a problem, students make a polynomial division, then assign the remainder zero value to find a ”. The research results show that many students made mistakes in solving the math problem due to the “rule of action” and the “conception” that a is assigned a value.

Keywords: rules of action; division operations; errors in solving a problem