

NGHIÊN CỨU SAI LẦM CỦA HỌC SINH TRONG GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN DỰA TRÊN HỢP ĐỒNG DIDACTIC

(Minh họa: Trong hình học phẳng)

Nguyễn Minh Hậu^{1*}, Huỳnh Thị Lựu²

¹ Trường THPT Mạc Đĩnh Chi - An Hóa, Châu Thành, Bến Tre

² Trường THPT Nguyễn Trãi - Tân Hòa, Giồng Trôm, Bến Tre

Ngày Tòa soạn nhận được bài: 03-6-2017; ngày phân biên đánh giá: 05-7-2017; ngày chấp nhận đăng: 25-7-2017

TÓM TẮT

Trong nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng khái niệm “hợp đồng didactic”, được giới thiệu bởi Guy Brousseau vào năm 1980, như một trong những mô hình cho phép tìm hiểu nguồn gốc sai lầm của học sinh. Để minh họa cho cách tiếp cận này, chúng tôi xét việc giải bài toán: “Trong mặt phẳng, cho ba điểm A, B, C. Tìm tọa độ điểm D để ABCD là hình bình hành” được đề cập trong sách giáo khoa Hình học 10 ban Cơ bản của Việt Nam. Giả thuyết được hình thành từ phân tích thể chế: “Tồn tại một quy tắc của hợp đồng didactic: Khi giải quyết bài toán, học sinh không kiểm tra tính thẳng hàng của A, B, C. Do đó, các em sẽ mắc sai lầm trong trường hợp A, B, C thẳng hàng”. Kết quả nghiên cứu cho thấy nhiều học sinh mắc lỗi này trong giải quyết bài toán bởi hợp đồng didactic trên.

Từ khóa: hợp đồng didactic, hình học phẳng, sai lầm trong giải quyết bài toán.

ABSTRACT

Studying students' mistakes in solving the problem based on the didactic contract

In this study, the term ‘didactic contract’ introduced by Guy Brousseau in 1980, was used as one of the models for investigating the origins of students' mistakes. To illustrate the approach, we consider solving the problem: “Given 3 points A, B, C in the plane, find the coordinates so that ABCD is a parallelogram” in the Vietnamese textbook Geometry for grade 10, standard edition. The hypothesis is formed based on institutional analysis: “There exists a rule of Didactic contract: When solving the problem, students do not check the linearity of A, B, C. Therefore, they will make mistakes in the case of A, B, C alignment.” The research results show that many students made the mistakes of solving the problem by the above didactic contract.”

Keywords: Didactical contract, plane geometry, mistake in solving a problem.

1. Giới thiệu

Trong quá trình giảng dạy môn toán, tìm hiểu nguồn gốc sai lầm của học sinh là rất quan trọng, từ đó giáo viên điều chỉnh để giúp học sinh hiểu kiến thức một cách chính xác và ngăn ngừa các lỗi mà học sinh mắc phải. Trong nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng khái

* Email: nguyenminhhaumdc@gmail.com.vn

niệm “hợp đồng didactic”, được giới thiệu bởi Guy Brousseau vào năm 1980, là một trong những mô hình cho phép tìm hiểu nguồn gốc sai lầm của học sinh.

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Hợp đồng Didactic

Hợp đồng didactic là một trong những khái niệm trung tâm của lý thuyết didactic được trình bày như sau:

Trong một buổi học có mục đích là dạy cho học sinh một kiến thức nhất định, học sinh hiểu tình huống được giới thiệu, những câu hỏi được đặt ra, những thông tin được cung cấp, những ràng buộc áp đặt, tùy theo những gì giáo viên thực hiện, có ý thức hay không, một cách lặp đi lặp lại trong thực tiễn giảng dạy của mình. Trong các thói quen này, ta quan tâm đặc biệt hơn đến những gì là đặc thù cho kiến thức giảng dạy: ta gọi hợp đồng didactic là tập hợp những cách ứng xử (chuyên biệt) của thầy được học sinh trông đợi và tập hợp những ứng xử của học sinh mà thầy trông đợi. (Guy Brousseau, 1980, tr.5).

Ta nói hợp đồng didactic là tập hợp những quy tắc phân chia và hạn chế trách nhiệm của mỗi bên, học sinh, giáo viên, đối với một tri thức được giảng dạy.

2.2. Sai lầm

Học thuyết hành vi quan niệm rằng, sai lầm của học sinh là hiện tượng tiêu cực, có hại cho việc lĩnh hội kiến thức, do đó cần tránh và cần khắc phục khi gặp phải. Nguyên nhân của sai lầm là do học sinh mơ hồ, không nắm vững kiến thức đã học, thiếu hụt kiến thức, do cấu trúc, không cần trọng... Đôi khi lại quy cho giáo viên trình bày không chính xác, dạy nhanh, không rõ ràng...

Nhưng học thuyết kiến tạo lại xem sai lầm và phát hiện ra sai lầm là một yếu tố quan trọng trong việc xây dựng hoạt động nhận thức của học sinh bởi khi tạo ra sự mất cân bằng trong hệ tư duy của chủ thể, việc nhận ra sai lầm tạo điều kiện thuận lợi để vượt qua nó và làm nảy sinh một thể cân bằng gia tăng mới:

Sai lầm không phải chỉ là hậu quả của sự không biết, không chắc chắn, ngẫu nhiên của những người theo chủ nghĩa kinh nghiệm và chủ nghĩa hành vi, mà còn là hậu quả của những kiến thức đã có từ trước, những kiến thức đã từng có ích đối với việc học tập trước kia, nhưng lại là sai hoặc đơn giản là không còn phù hợp nữa đối với việc lĩnh hội kiến thức mới. Những sai lầm kiểu này không phải là không dự kiến trước được và chúng tạo nên chướng ngại. Trong hoạt động của thầy giáo cũng như trong hoạt động của học sinh, sai lầm có thể sinh ra từ nghĩa của kiến thức được thu nhận bởi những chủ thể này. (Guy Brousseau, 1983, tr.7).

2.3. Vấn đề nghiên cứu và giả thuyết nghiên cứu

Ở nội dung hình học phẳng trong sách giáo khoa Hình học 10 ban Cơ bản, học sinh được tìm hiểu cách giải nhiều dạng toán liên quan đến tìm tọa độ một điểm. Trong nghiên cứu này, chúng tôi quan tâm đến yêu cầu bài toán sau: “Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm A, B, C . Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.” (chúng tôi gọi bài toán này là E).

Trong sách giáo khoa và sách bài tập thì ba điểm A, B, C trong bài toán không thẳng hàng. Với (E) học sinh có thể dùng các chiến lược giải sau:

* Chiến lược (S1): gọi (x_D, y_D) là tọa độ điểm D cần tìm

Bước 1. Tìm tọa độ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} (hoặc \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC})

Bước 2. Sử dụng tính chất hai vector bằng nhau $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (hoặc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$) để tìm (x_D, y_D)

Bước 3. Kết luận tọa độ điểm D.

* Chiến lược (S2): gọi (x_D, y_D) là tọa độ điểm D cần tìm

Bước 1. Tìm tọa độ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}$

Bước 2. Sử dụng quy tắc hình bình hành và tính chất hai vector bằng nhau $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ để tìm (x_D, y_D)

Bước 3. Kết luận tọa độ điểm D.

* Chiến lược (S3): gọi (x_D, y_D) là tọa độ điểm D cần tìm

Bước 1. Tìm tọa độ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$

Bước 2. Sử dụng tính chất hình bình hành và tính chất cùng phương:

$$\begin{cases} AB \text{ song song } CD \\ AD \text{ song song } BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_{\overrightarrow{AB}}}{x_{\overrightarrow{CD}}} = \frac{y_{\overrightarrow{AB}}}{y_{\overrightarrow{CD}}} \\ \frac{x_{\overrightarrow{AD}}}{x_{\overrightarrow{BC}}} = \frac{y_{\overrightarrow{AD}}}{y_{\overrightarrow{BC}}} \end{cases} \text{ để tìm } (x_D, y_D)$$

Bước 3. Kết luận tọa độ điểm D.

* Chiến lược (S4): gọi (x_D, y_D) là tọa độ điểm D cần tìm

Bước 1. Tìm tọa độ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$

Bước 2. Sử dụng tính chất hình bình hành: $\begin{cases} AB = CD \\ AD = BC \end{cases}$ và công thức tính độ dài vector để tìm (x_D, y_D)

Bước 3. Kết luận tọa độ điểm D.

* Chiến lược (S5): gọi (x_D, y_D) là tọa độ điểm D cần tìm

Bước 1. Tìm tọa độ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$

Bước 2. Sử dụng tính chất hình bình hành $\begin{cases} AB \text{ song song } CD \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \end{cases}$, viết phương trình tổng quát của CD và công thức tính độ dài vector để tìm D

Bước 3. Kết luận tọa độ điểm D.

* Chiến lược (S6): gọi (x_D, y_D) là tọa độ điểm D cần tìm

Bước 1. Viết phương trình tổng quát AD và CD

Bước 2. Tìm (x_D, y_D) là giao điểm của AD và CD

Bước 3. Kết luận tọa độ điểm D.

* Chiến lược (S7): gọi (x_D, y_D) là tọa độ điểm D cần tìm

Bước 1. Sử dụng tính chất trung điểm của hình bình hành $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$ hoặc tìm tọa độ trung điểm của AC .

Bước 2. Tìm (x_D, y_D)

Bước 3. Kết luận tọa độ điểm D .

* Chiến lược (S8): sử dụng hình vẽ để tìm tọa độ điểm D .

Các chiến lược trên là kết quả phân tích thể chế. Từ phân tích này, chúng tôi đưa ra giả thuyết H như sau: “Để giải quyết (E), có thể tồn tại một quy tắc của hợp đồng didactic: Học sinh không kiểm tra xem A, B, C có thẳng hàng hay không. Do vậy, học sinh sẽ mắc sai lầm nếu A, B, C thẳng hàng.”

3. Phương pháp

Để kiểm tra giả thuyết trên, chúng tôi yêu cầu học sinh giải quyết các bài toán sau:

(E1) Bài 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(2; -1), B(1; 2), C(2; -4)$.

Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

(E2) Bài 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(0; 2), B(2; 4)$ và điểm C là giao điểm của đường thẳng $(d): y = 1$ và parabol $(P): y = x^2$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

4. Đối tượng khảo sát

4.1. **Đối tượng:** 140 học sinh khối 10 (4 lớp: 10A4, 10A6, 10A7, 10A9 năm học 2016 - 2017) của Trường THPT Lưu Hữu Phước, Ô Môn, Cần Thơ.

4.2. **Thu thập và phân tích dữ liệu:** Những đối tượng khảo sát được giao bài toán (E1), (E2). Sau khi học sinh hoàn thành việc giải các bài toán trên, chúng tôi tiến hành phân tích các lời giải trên cơ sở của khái niệm “hợp đồng didactic”.

5. Kết quả và bình luận

Tổng số học sinh khảo sát: 140. Phần lớn học sinh giải theo chiến lược S1 (“Bài 1” có 123 học sinh (chiếm 87,86%), “Bài 2” có 130 học sinh (chiếm 92,86%)).

Chiến lược sử dụng để giải quyết bài toán (E1), (E2) của học sinh được trình bày trong Bảng 1, Bảng 2.

Bảng 1. Chiến lược giải bài toán (E1) của học sinh

Bài toán	Chiến lược	Số học sinh	%
E1	S1(Đúng (tìm đúng tọa độ điểm D))	105	75,00
	S1 (Sai)	18	12,86
	Chiến lược khác (Đúng)	10	7,14
	Chiến lược khác (Sai)	6	4,29
	Không có đáp án	1	0,71
	Tổng	N=140	100

Bảng 2. Chiến lược giải bài toán (E2) của học sinh

Bài toán	Chiến lược	Số học sinh	%
E2	S1(Đúng (có kiểm tra tính thẳng hàng của A, B, C và tìm đúng tọa độ điểm D))	5	3,57
	S1(Sai (xem bảng 3))	125	89,29
	Chiến lược khác (Đúng)	0	0,00
	Chiến lược khác (Sai)	9	6,43
	Không có đáp án	1	0,71
	Tổng		N=140

Ở các chiến lược, tỉ lệ từng nội dung sai khi giải bài toán E2 được trình bày trong Bảng 3.

Bảng 3. Tỉ lệ các nội dung sai khi giải bài toán E2

Chiến lược giải E2	Nội dung	Số học sinh	%
S	Tìm C sai	23	18,40
	Tìm D sai	12	9,60
	Không kiểm tra tính thẳng hàng sau khi tìm đúng tọa độ D	90	72,00
	Tổng cộng	N=125	100
	Tìm C sai	1	11,11
Chiến lược khác	Tìm D sai	3	33,33
	Không kiểm tra tính thẳng hàng sau khi tìm đúng tọa độ D	5	55,56
	Tổng	N=9	100

Thống kê chi tiết từng lớp được trình bày trong Bảng 4

Bảng 4. Thống kê chi tiết từng lớp

Lớp 10A4									
Chiến lược	S1			Khác			Không đáp án		
	Đúng	Sai		Đúng	Sai				
Bài 1	40	1		0	0		0		
Bài 2	0	0	2	38	0	0		1	
Lớp 10A6									
Chiến lược	S1			Khác			Không đáp án		
	Đúng	Sai		Đúng	Sai				
Bài 1	18	8		3	5		1		
Bài 2	3	0	0	24	0	0	3	5	0
Lớp 10A7									

Chiến lược	S1				Khác			Không đáp án
	Đúng	Sai			Đúng	Sai		
Bài 1	22	6			2	1		0
Bài 2	0	23	7	0	0	1	0	0
Lớp 10A9								
Chiến lược	S1				Khác			Không đáp án
	Đúng	Sai			Đúng	Sai		
Bài 1	25	3			5	0		0
Bài 2	2	0	3	28	0	0	0	0

► **Đối với “Bài 1”:** Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Có 139 học sinh (chiếm 99,29%) áp dụng các chiến lược để giải (trong đó 50 học sinh có vẽ hình bình hành nhưng không có ghi tọa độ các điểm A, B, C, D trong giấy nháp hoặc giấy làm bài, điều này có thể cho thấy học sinh vẽ hình để sử dụng trong chiến lược giải bài toán chứ không phải để kiểm tra tính thẳng hàng), 1 học sinh để trống (chiếm 0,71%), 1 học sinh (HS112) có kiểm tra \overline{AB} và \overline{AD} không song song hay trùng nhau, 115 học sinh (chiếm 82,14%) trả lời đúng.

BÀI LÀM

Giải: D(3; -7)

$\overline{AB}(-1; 3)$ $\overline{DC}(2-x; -4-y)$

Để ABCD là hb thì $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 2-x \\ 3 = -4-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -7 \end{cases}$

Nên D(3; -7)

Ta có: $\overline{AB}(-1; 3)$ $\overline{AD}(4; -10)$ $\Rightarrow \overline{AB}$ và \overline{AD}

thẳng song song hay trùng nhau

Nên D(3; -7) thì ABCD là hb

Hình 1. Lời giải bài 1 của học sinh (HS112) có kiểm tra trước khi kết luận D

► **Đối với “Bài 2”:** Có chứa trường hợp ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Có 139 học sinh (chiếm 99,29%) áp dụng các chiến lược để giải (trong đó 1 học sinh vẽ hình bình hành có ghi tọa độ các điểm A, B, C, D trong giấy làm bài nhưng chỉ vẽ cho trường hợp điểm $C(1; 1)$), đối với bài này học sinh (HS112) không kiểm tra tính thẳng hàng của A, B, C .

BÀI LÀM

Hoạt độ giao diện của chương trình (d) và (P) là:

$$x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \quad \left| \text{Giải } D(x, y) \right.$$

$\Rightarrow C(-1, 1)$ và $C(1, 1)$

* Với $C(-1, 1)$

Để ABCD là hình bình hành thì $\vec{AB} = \vec{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -1 - x \\ 2 = 1 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow D(-3, -1)$

* Với $C(1, 1)$

Để ABCD là hình bình hành thì $\vec{AB} = \vec{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 1 - x \\ 2 = 1 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow D(-1, -1)$

Vậy có 2 trường hợp với $C(-1, 1)$ thì $D(-3, -1)$, với $C(1, 1)$ thì $D(-1, -1)$.

Hình 2. Lời giải Bài 2 của học sinh (HS112) sai khi không kiểm tra tính thẳng hàng của A, B, C

Có 135 học sinh (chiếm 96,43%) không kiểm tra tính thẳng hàng (trong đó 1 học sinh để bài làm trống, 15 học sinh sai ở bước 1 của chiến lược giải, 115 học sinh tìm đúng tọa độ điểm C, 95 học sinh tìm đúng tọa độ điểm D). Chỉ có 5 học sinh (chiếm 3,57%) có kiểm tra tính thẳng hàng trong đó có 4 học sinh tìm và chọn đúng tọa độ điểm D và 1 học sinh (HS124) có kiểm tra tính thẳng hàng của A, B, C nhưng chưa chính xác và kết luận D sai.

BÀI LÀM

..... thành đồ giao điểm của điểm e là nghiệm của phương trình.....
 $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$
 $y = 1 - x^2 = 1 - 4 = -3$
 Vậy $e(2; -3)$ hoặc $e(-2; -3)$
~~ta có~~ $\vec{AB} = (2; 2)$
 $\vec{DC} = (1-x; 1-y)$
 ~~$ABCD$ là hình bình hành~~.....
~~ta có~~ $\vec{AB} = (2; 2)$
 $\vec{AC} = (1; -1)$ hoặc $\vec{AC} = (-1; -1)$
 Vì $\vec{AB} = (2; 2) \neq \vec{AC} = (-1; -1)$
 nên A, B, C thẳng hàng.....
 Trường hợp $\vec{AC} = (-1; -1)$ loại. vậy $e(-1; 1)$ loại.....
~~ta có~~ ~~A, B, C~~ Gọi $D(x; y)$
 $\vec{DC} = (1-x; 1-y)$
 ~~$ABCD$ là hình bình hành~~ $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = 2 \\ 1-y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$
 vậy $D(-1; -1)$ hoặc $D(1; 1)$

Hình 3. Lời giải Bài 2 của học sinh (HS124) có kiểm tra tính thẳng hàng của A, B, C nhưng chưa chính xác và kết luận D sai

Trong quá trình giảng dạy giáo viên có thể hạn chế sai lầm của học sinh khi giải dạng toán (E) bằng cách điều chỉnh chiến lược S1 như sau:

Bước 1. Kiểm tra tính thẳng hàng của A, B, C

- Trường hợp A, B, C thẳng hàng: Kết luận không tồn tại điểm D để $ABCD$ là hình bình hành. (Về mặt toán học: khi A, B, C thẳng hàng ta vẫn có 1 hình bình hành, gọi là hình bình hành suy biến nhưng ở phổ thông người ta không nghiên cứu các hình bình hành suy biến.)
- Trường hợp A, B, C không thẳng hàng.

Bước 2. Tìm tọa độ \vec{AB} và \vec{DC} (hoặc \vec{AD} và \vec{BC})

Bước 3. Sử dụng tính chất hai vector bằng nhau $\vec{AB} = \vec{DC}$ (hoặc $\vec{AD} = \vec{BC}$) để tìm D

Bước 4. Kết luận tọa độ điểm D.

Đối với các chiến lược khác giáo viên nên điều chỉnh “Bước 1” của các chiến lược là thêm vào kiểm tra tính thẳng hàng của ba điểm để xét sự tồn tại hình bình hành.

6. Kết luận

Hợp đồng didactic là một công cụ hiệu quả để nghiên cứu những sai lầm của học sinh có nguồn gốc là những quan hệ ngầm ẩn trong mối tương tác giữa các thành phần trong hệ thống dạy học. Nó cho thấy rằng học sinh có thói quen giải quyết bài toán theo quy trình mà giáo viên giới thiệu trước đó, nhưng khi các quy tắc ngầm ẩn của hợp đồng didactic không còn được đảm bảo, học sinh sẽ mắc phải sai lầm. Từ đó, giáo viên có thể điều chỉnh hoạt động dạy học để giúp học sinh hạn chế sai lầm trong giải toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Annie Bessot, Claude Comiti, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến. (2009). *Những yếu tố cơ bản của Didactic Toán*. TP Hồ Chí Minh: NXB Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh.
- Guy Brousseau. (2006). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990* (Vol. 19). Springer Science & Business Media.
- Văn Như Cương (Chủ biên). (2009). *Bài tập Hình học 10 Nâng cao*. NXB Giáo dục.
- Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên). (2010). *Hình học 10*. NXB Giáo dục.
- Nguyễn Mộng Hy (Tổng chủ biên). (2011). *Sách bài tập Hình học 10*. NXB Giáo dục.
- Nguyễn Phú Lộc, Bùi Phương Uyên. (2016). “*Didactical Contract*” As a Tool for Finding out Student’ Errors in Solving Problem: An Illustration in Analytic Geometry, *Scholar Bulletin*, Vol-2, Iss-4(Apr,2016):182-184.
- Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên). (2010). *Hình học 10 Nâng cao*. NXB Giáo dục.