

Bài báo nghiên cứu

TỐC ĐỘ PHẢN ỨNG $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ VÀ $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$
TẠI NĂNG LƯỢNG THIÊN VĂN HẠT NHÂN

Mai Đoàn Quang Huy, Nguyễn Kiều Việt Đức*, Nguyễn Đình Quốc Long

Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

*Tác giả liên hệ: Nguyễn Kiều Việt Đức – Email: nkvd231101@gmail.com

Ngày nhận bài: 26-4-2023; ngày nhận bài sửa: 30-5-2023; ngày duyệt đăng: 02-6-2023

TÓM TẮT

Phản ứng bắt hạt phát bức xạ điện từ là một phản ứng quan trọng trong việc tạo ra năng lượng duy trì sự sống của các ngôi sao trong vũ trụ, là một trong những đối tượng được quan tâm trong lĩnh vực vật lý thiên văn hạt nhân. Các tính toán lý thuyết trong vật lý hạt nhân đóng góp các số liệu đầu vào tương đối cho vật lý thiên văn để mô phỏng các quá trình thiên văn tại vùng năng lượng thấp nơi mà thực nghiệm chưa thể tiếp cận. Hai phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ và $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ được nghiên cứu trong khuôn khổ mô hình thế năng. Chúng tôi chỉ ra rằng vai trò của cộng hưởng đơn hạt và khoảng cách diễn ra quá trình bắt ảnh hưởng lên tốc độ của hai phản ứng này.

Từ khóa: tốc độ phản ứng; cộng hưởng hạt nhân; phản ứng bắt hạt

1. Giới thiệu

Trong vật lý thiên văn hạt nhân, phản ứng bắt hạt và sau đó phát ra bức xạ điện từ năng lượng cao (tia γ) là đối tượng thu hút được nhiều sự quan tâm. Các bức xạ điện từ thu được không những mang đến thông tin cấu trúc của hạt nhân hợp phần mà còn là đầu dò cộng hưởng đơn hạt trong các phản ứng hạt nhân tại năng lượng thấp. Việc tính toán tiết diện phản ứng giúp vật lý thiên văn có thêm dữ liệu để ngoại suy về vùng năng lượng thấp (cỡ vài keV) – nơi mà thực nghiệm vẫn chưa thể tiếp cận và các dữ liệu vẫn còn nhiều hạn chế với những độ bất định cao (Caughlan & Fowler, 1988; Descouvemont et al., 2004; Adelberger et al., 2011).

Trong nghiên cứu này, chúng tôi thực hiện tính toán và mô tả phổ tiết diện phản ứng cũng như tốc độ phản ứng của $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ và $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$. Phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ đóng vai trò mở đầu cho chu trình CNO loại I, trong đó C và N là chất xúc tác chủ đạo để duy trì chu trình Carbon-Nitrogen-Oxygen (CNO) trong quá trình tổng hợp hydrogen thành helium ở các ngôi sao có khối lượng nặng gấp khoảng 1.3 lần khối lượng Mặt Trời (Adelberger et al., 2011). Ngoài ra, tốc độ của nó còn được liên hệ với tỉ số $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ được quan sát trong Hệ Mặt

Cite this article as: Mai Doan Quang Huy, Nguyen Kieu Viet Duc, & Nguyen Dinh Quoc Long (2023). Nuclear reaction rates of $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ and $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ at astrophysical energies. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science*, 20(11), 1943-1953.

Trời, một bài toán cũng đang được quan tâm (Milam et al., 2005). Trong khi đó, các chu trình CNO loại II, III và IV đều có sự xuất hiện của phản ứng $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$. Bên cạnh đóng góp làm chất xúc tác trong chu trình CNO, phản ứng $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ còn ảnh hưởng không nhỏ đến các chu trình ngoài CNO như chu trình sodium-neon (Na-Ne).

Quá trình bắt hạt là một bài toán liên quan đến sự chuyển dịch điện tử với các trạng thái trước là trạng thái tán xạ và trạng thái sau là trạng thái liên kết. Ở điều kiện nhiệt độ ngôi sao, quá trình này xảy ra ở năng lượng thấp. Đối với các hạt mang điện sẽ xuất hiện rào thế đẩy Coulomb rất lớn nên bài toán được tiếp cận dưới góc nhìn của cơ học lượng tử để thấy rõ được bức tranh xuyên hầm lượng tử của hạt trong rào thế lớn. Do đó, ta cần giải phương trình Schrödinger để tìm được hàm sóng cho các trạng thái tán xạ liên tục và trạng thái liên kết với các thế hạt nhân cho trước. Từ đó, ta có thể tính được các yếu tố ma trận chuyển dịch điện tử để suy ra tiết diện phản ứng và trích xuất tốc độ phản ứng trong các điều kiện nhiệt độ hàng tỉ Kelvin (GK).

Trong nghiên cứu này, chúng tôi giới hạn các tính toán tiết diện của hai phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ và $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ với các chuyển dịch lưỡng cực điện ($E1$) trong vùng năng lượng dưới 1 MeV. Các tính toán tiết diện sử dụng mô hình thể hiện tượng luận đã được áp dụng cho rất nhiều phản ứng bắt nucleon khác nhau (Huang et al., 2010). Gần đây, nhiều mô hình tính toán từ các mẫu hiện tượng luận đến các mẫu vi mô cũng được sử dụng cho các phản ứng bắt với mục đích mô tả lại tiết diện phản ứng dựa trên các số liệu thực nghiệm và cập nhật lại các kết quả mới (Moghadasli et al., 2018; Kabir et al., 2020; Ergashev et al., 2022). Các tính toán về tốc độ phản ứng cũng được tổng hợp trong tài liệu của nhóm NACRE (Xu et al., 2013). Các nghiên cứu chủ yếu tập trung vào việc mô tả các số liệu thực nghiệm đo được để đưa ra các giá trị tốc độ phản ứng. Trong nghiên cứu của chúng tôi, vai trò của sự gia tăng tiết diện tại năng lượng thấp đến từ sự xuất hiện cộng hưởng hay khoảng cách bất ảnh hưởng lên tốc độ phản ứng sẽ được phân tích, đánh giá và định lượng cụ thể.

Ở phần tiếp theo, chúng tôi trình bày phương pháp tính toán tiết diện phản ứng và tốc độ phản ứng trong mô hình thể hiện tượng luận Woods-Saxon (WS); sau đó, các kết quả cùng với thảo luận về tiết diện phản ứng và tốc độ phản ứng được trình bày ở phần 3 và cuối cùng là kết luận.

2. Phương pháp tính toán

Tại nhiệt độ T xác định, tốc độ phản ứng hạt nhân $N_A \langle \sigma v \rangle$ tính theo $\text{cm}^3/\text{mol/s}$ được xác định bởi biểu thức (Xu, et al., 2013)

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{N_A}{(k_B T)^{3/2}} \int E \sigma(E) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE, \quad (1)$$

trong đó, $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ là khối lượng rút gọn của 2 hạt nhân có khối lượng m_1 và m_2 ; k_B và N_A lần lượt là các hằng số Boltzmann và Avogadro; $\sigma(E)$ là tiết diện phản ứng với E là năng lượng trong hệ quy chiếu khối tâm được tính theo đơn vị MeV.

Để thu được tốc độ phản ứng trong phương trình (1), ta cần phải biết tiết diện theo năng lượng $\sigma(E)$. Tại năng lượng thấp, do rào thế đầy Coulomb, tiết diện phản ứng giảm rất nhanh khi năng lượng tiến về không. Khi đó, hệ số thiên văn $S(E)$ thường được quan tâm hơn trong các phản ứng bắt hạt mang điện. Tiết diện được biểu diễn bởi hệ số thiên văn S qua biểu thức

$$\sigma(E) = \frac{1}{E} \exp(-2\pi\eta) S(E), \tag{2}$$

trong đó, $\eta = Ze^2 / (\hbar v)$ là tham số Sommerfeld biểu diễn hệ số xuyên rào của sóng s . Thay biểu thức $\sigma(E)$ ở (2) vào phương trình tốc độ phản ứng ở (1), ta được

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{N_A}{(k_B T)^{3/2}} \int S(E) \exp(-2\pi\eta) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE. \tag{3}$$

Tiết diện phản ứng bắt proton trong chuyển dịch $E1$ từ trạng thái tán xạ (c) về trạng thái liên kết (b) xác định được cho bởi công thức (Angulo et al., 1999; Xu et al., 2013)

$$\sigma(E) = \frac{16\pi}{9\hbar v} \frac{1}{(2s+1)(2I+1)} k_\gamma^3 \sum_{\ell_c j_c J_c} \mathcal{M}_{E1}^2, \tag{4}$$

trong đó, số sóng k_γ của photon được xác định theo công thức $k_\gamma = (E - Q + E_x) / (\hbar v)$ với Q là giá trị Q của phản ứng và E_x là năng lượng kích thích của hạt nhân hợp phần ở trạng thái liên kết. Nếu sự chuyển dịch về trạng thái cơ bản, ta bỏ qua giá trị E_x , tức là $E_x = 0$. Đại lượng $\hbar v$ ở dưới mẫu là thông lượng của hạt tới trong hệ quy chiếu khối tâm với v là vận tốc tương đối của hệ proton-hạt nhân. Các số lượng tử s và I lần lượt là spin nội tại của proton và hạt nhân bia.

Trong phương trình (4), tổng được lấy theo các trạng thái đầu với các số lượng tử ℓ_c , j_c và J_c . Trạng thái đầu $\left[\left[I \otimes (\ell_c \otimes s) \right]_{j_c} J_c M_c \right\rangle$ và trạng thái sau $\left[\left[I \otimes (\ell_b \otimes s) \right]_{j_b} J_b M_b \right\rangle$ của hệ được giả định như một hạt nhân lõi (bia) liên kết với một proton thêm vào tại một trạng thái đơn hạt. Trạng thái hạt nhân bia được giữ không đổi trong tính toán. Moment động lượng tương đối của hệ $\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}$ với $\vec{\ell}$ là moment động lượng quỹ đạo của chuyển động tương đối và spin proton là $s = 1/2$. Spin toàn phần của hệ là $\vec{J} = \vec{I} + \vec{j}$. Phần tử ma trận chuyển dịch $E1$ (\mathcal{M}_{E1}) có thể rút gọn về tính toán phần tử ma trận đơn hạt ($\mathcal{M}_{E1}^{(s,p)}$)

$$\mathcal{M}_{E1} = C_e S_F^{1/2} (-1)^{I+j_b+J_c+1} \hat{J}_c \hat{J}_b \begin{Bmatrix} j_b & J_b & I \\ J_c & j_c & 1 \end{Bmatrix} \mathcal{M}_{E1}^{(s,p)}, \tag{5}$$

trong đó, $C_e = (1 - Z/A) \mu e$ là điện tích hiệu dụng với e là hằng số điện tích cơ bản, Z và A lần lượt là điện tích và số khối của hạt nhân bia; kí hiệu $\hat{l} = \sqrt{2l+1}$ và thành phần ngoặc

nhọn là hệ số Wigner $6j$; hệ số phổ S_F là hệ số phổ mô tả hệ như giả định; phần tử ma trận rút gọn đơn hạt được tách thành hai thành phần là

$$\mathcal{M}_{E1}^{(s.p.)} = \mathcal{A}_{E1} \mathcal{I}_{E1}. \quad (6)$$

Hệ số hình học trong phương trình (6) là (De-Shalit & Talmi, 2013)

$$\mathcal{A}_{E1} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \hat{j}_b \hat{\ell}_b \hat{\ell}_c \begin{pmatrix} \ell_b & 1 & \ell_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_b & j_b & 1/2 \\ j_c & \ell_c & 1 \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

với thành phần trong ngoặc tròn là hệ số $3j$.

Thành phần quan trọng nhất trong phương trình (8) là tích phân xen phủ theo bán kính

$$\mathcal{I}_{E1} = \int u_{n\ell_b j_b}(r) u_{\ell_c j_c}(E, r) r dr, \quad (8)$$

với các hàm sóng đơn hạt của trạng thái tán xạ là $u_{\ell_c j_c}(E, r)$ và liên kết là $u_{n\ell_b j_b}(r)$.

Hàm sóng $u_{\ell_c j_c}$ và $u_{n\ell_b j_b}$ là nghiệm của các phương trình Schrödinger hàm bán kính

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] u_\alpha(r) + V(r) u_\alpha(r) = E_\alpha u_\alpha(r), \quad (9)$$

trong đó, tập α biểu diễn cho bộ số lượng tử cần thiết, $\alpha_b \equiv \{n_b, \ell_b, j_b, J_b\}$ cho trạng thái liên kết và $\alpha_c \equiv \{\ell_c, j_c, J_c\}$ cho trạng thái tán xạ. Chú ý rằng, năng lượng đơn hạt E_α là các giá trị gián đoạn đối với trạng thái liên kết, trong khi là liên tục đối với trạng thái tán xạ. Thông tin quan trọng của phương trình (9) chính là thế năng $V(r)$ được xây dựng cho các trạng thái.

Thế năng $V(r)$ bao gồm các thành phần xuyên tâm, spin-quỹ đạo và Coulomb. Trong đó, cường độ spin-quỹ đạo thường nhỏ hơn rất nhiều so với thế xuyên tâm. Các phản ứng được khảo sát trong nghiên cứu này không có sự xuất hiện của các cộng hưởng sóng bậc cao ($\ell \neq 0$). Do đó, thế spin-quỹ đạo được bỏ qua. Khi đó, thế $V(r)$ được viết như sau

$$V(r) = V_0(r) + V_{\text{Coulomb}}(r), \quad (10)$$

trong đó, dạng thế Woods-Saxon (WS) được sử dụng cho thế xuyên tâm $V_0(r)$

$$V_0(r) = V_i \left[1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{a_0}\right) \right]^{-1}. \quad (11)$$

Các tham số độ sâu của thế là $V_i(r)$ với $i \equiv b$ cho trạng thái liên kết và $i \equiv c$ cho trạng thái tán xạ. Thế Coulomb V_{Coulomb} có dạng phân bố điện tích đồng nhất trong hạt nhân

$$V_{\text{Coulomb}}(r) = \begin{cases} \frac{Ze^2}{r}; & r > R_c \\ \frac{Ze^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2} \right); & r < R_c \end{cases}, \quad (12)$$

trong đó, R_c được chọn đủ lớn sao cho vùng ngoài thế Coulomb có dạng thế điện tích điểm. Để đơn giản, các giá trị $R_0 = R_c = 1,25A^{1/3}$ (fm) được lấy với A là số khối của hạt nhân bia và giá trị độ nhòe $a_0 = 0,6$ fm.

3. Kết quả và thảo luận

Chúng tôi trình bày các kết quả và thảo luận về hệ số thiên văn S và tốc độ phản ứng của các phản ứng (p, γ) trên các hạt nhân chẵn-chẵn ^{12}C và ^{16}O có spin-độ chẵn lẻ ở trạng thái cơ bản là $I^\pi = 0^+$. Bộ tham số thế WS sử dụng trong nghiên cứu này được thể hiện trong bảng 1. Các tính toán lí thuyết về hệ số thiên văn S được so sánh với kết quả thực nghiệm.

Bảng 1. Các tham số thế WS cho phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ và $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$

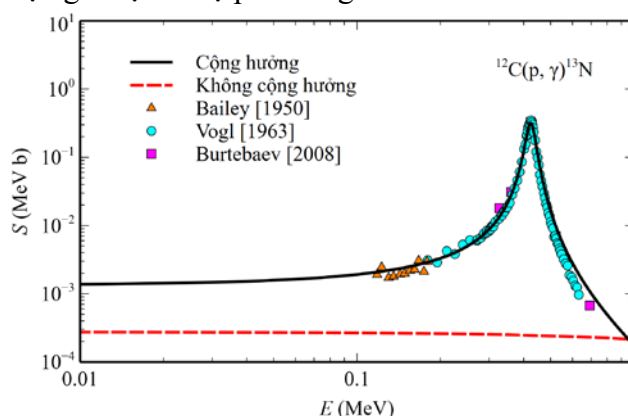
Phản ứng	$-V_c$ (MeV)	$-V_b$ (MeV)	a_0 (fm)	R_0 (fm)
$^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$	58,57	39,70	0,60	2,86
$^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}_{\text{g.s.}}$	57,77	57,77	0,60	3,15
$^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}^*$	54,23	54,23	0,60	3,15

3.1. Phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$

Xét phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$, năng lượng ngưỡng của phản ứng là $Q = 1,94$ MeV (Ajzenberg-Selove, 1991) để bắt đầu xảy ra quá trình bắt. Trong phản ứng này, hạt nhân ^{12}C ở trạng thái cơ bản bắt proton để hình thành hạt nhân ^{13}N ở trạng thái kích thích $J_c^\pi = 1/2^+$, sau đó hạt nhân ^{13}N thực hiện chuyển dịch về trạng thái cơ bản có spin $J_b^\pi = 1/2^-$ bằng cách phát γ . Dựa trên mẫu vỏ hạt nhân, ta xem proton bị bắt về trạng thái $1p_{1/2}$ liên kết với lõi ^{12}C ở trạng thái cơ bản. Để thu được năng lượng liên kết của proton ở mức $1p_{1/2}$ là $E_b = -Q = -1,94$ MeV, ta hiệu chỉnh các tham số thế WS gồm V_b , a_0 và R_0 được cho trong Bảng 1. Theo quy tắc lọc lựa cho chuyển dịch $E1$, proton bị bắt từ các trạng thái sóng tán xạ $s_{1/2}$ và $d_{3/2}$.

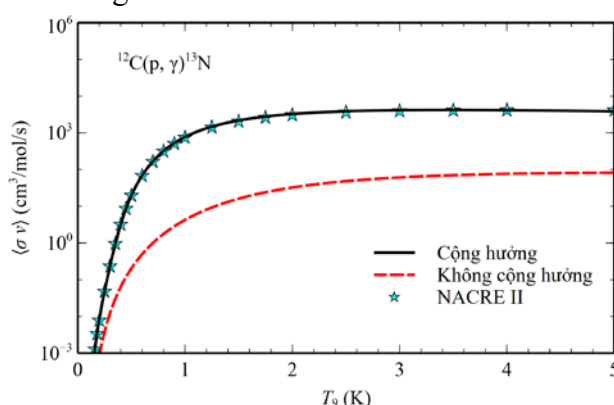
Trong Hình 1, đường nét liền và đường nét đứt lần lượt thể hiện hệ số thiên văn S có cộng hưởng và không cộng hưởng trong phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$. Trong trường hợp không cộng hưởng, tham số độ sâu thế $V_c = V_b = -39,7$ MeV được chọn để đảm bảo tính chất trường trung bình không thay đổi gây ra bởi các nucleon bên trong hạt nhân ^{12}C . Tuy nhiên, với việc xuất hiện cộng hưởng $E_r = 0,42$ MeV từ các phép đo thực nghiệm (Bailey & Stratton, 1950; Vogl, 1963; Burtebaev, Igamov, Peterson, Yarmukhamedov, & Zazulin, 2008) nên tham số độ sâu V_c được hiệu chỉnh về giá trị $V_c = -58,57$ MeV để thu được chính

xác vị trí cộng hưởng. Ngoài ra, hệ số phổ cũng được hiệu chỉnh với giá trị $S_F = 0,37$. Từ việc hiệu chỉnh các tham số để phù hợp với các dữ liệu thực nghiệm sẽ giúp cho việc tính toán lí thuyết của chúng tôi có độ tin cậy cao, có thể ngoại suy về vùng năng lượng thấp và tính toán chính xác được giá trị tốc độ phản ứng.



Hình 1. Hệ số thiên văn S cho phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$. Số liệu thực nghiệm lấy từ các tài liệu tham khảo (Bailey & Stratton, 1950; Vogl, 1963; Burtebaev et al., 2008)

Dựa vào hệ số thiên văn S của phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ đã được tính toán, tốc độ phản ứng được trích xuất và biểu diễn theo nhiệt độ T_9 (10^9 K) như ở Hình 2. Trong đó, dữ liệu so sánh về tốc độ phản ứng được lấy từ tài liệu NACRE II (Xu et al., 2013), đường nét liền là tốc độ phản ứng có cộng hưởng và đường nét đứt là tốc độ phản ứng không cộng hưởng. Kết quả tính toán khi xét đến trường hợp có cộng hưởng hoàn toàn mô tả tốt các kết quả của NACRE II. Kết quả còn cho thấy sự khác biệt đáng kể khi xét đến cộng hưởng tại 0,42 MeV. Tốc độ phản ứng khi có cộng hưởng tăng gấp cỡ 10^3 lần so với trường hợp không xét đến cộng hưởng. Từ đó, ta thấy rằng cộng hưởng trong phổ tiết diện phản ứng ảnh hưởng rất lớn đến tốc độ phản ứng của chúng.



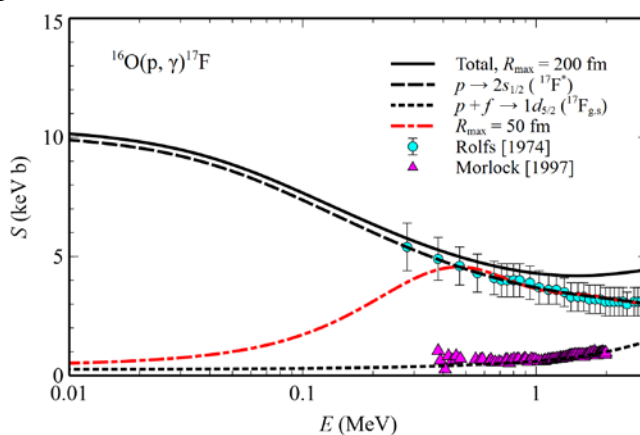
Hình 2. Tốc độ phản ứng $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$. Kết quả được so sánh với tài liệu của NACRE II (Xu et al., 2013)

3.2. Phản ứng $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$

Quá trình bắt xảy ra khi proton liên kết với hạt nhân ^{16}O với mức năng lượng ngưỡng $Q = 0,6 \text{ MeV}$ (Tilley et al., 1993). Phản ứng bắt proton bởi hạt nhân ^{16}O hình thành hạt nhân ^{17}F ở hai trạng thái cơ bản $^{17}\text{F}_{\text{g.s.}}$ ($J_b^\pi = 5/2^+$) và kích thích đầu tiên $^{17}\text{F}^*$ ($J_b^\pi = 1/2^+$).

Khi bắt về trạng thái cơ bản ($^{17}\text{F}_{\text{g.s.}}$), các giá trị J_c khả dĩ là $3/2, 5/2$ và $7/2$. Ở trạng thái này, ta xem proton ở mức $1d_{5/2}$ liên kết với lõi ^{16}O ở trạng thái cơ bản. Lưu ý rằng, không có sự xuất hiện cộng hưởng dưới 2 MeV trong phản ứng này. Do đó, ta có thể sử dụng hàm thế giống nhau cho trạng thái liên kết và tán xạ, tức là $V_c = V_b = -57,7 \text{ MeV}$. Ở đây, ta chỉnh chuẩn các tham số thế WS được cho trong bảng 1 để thu được năng lượng liên kết của proton ở mức $1d_{5/2}$ là $V_b = -0,6 \text{ MeV}$. Theo quy tắc lọc lựa, các sóng tán xạ của chuyển dịch của proton về quỹ đạo $1d_{5/2}$ là $p_{3/2}, f_{5/2}$ và $f_{7/2}$.

Tương tự, khi bắt về trạng thái kích thích $^{17}\text{F}^*$, năng lượng liên kết của proton ở mức $2s_{1/2}$ là $E_b = -Q + E_x = -0,11 \text{ MeV}$ với $E_x = 0,5 \text{ MeV}$ là khoảng năng lượng kích thích của $^{17}\text{F}^*$ so với trạng thái cơ bản của $^{17}\text{F}_{\text{g.s.}}$. Các sóng tán xạ trong sự chuyển dịch của proton về quỹ đạo $2s_{1/2}$ là $p_{1/2}$ và $p_{3/2}$. Trường hợp này, chúng tôi hiệu chỉnh $V_c = V_b = -54,23 \text{ MeV}$ được cho trong Bảng 1.



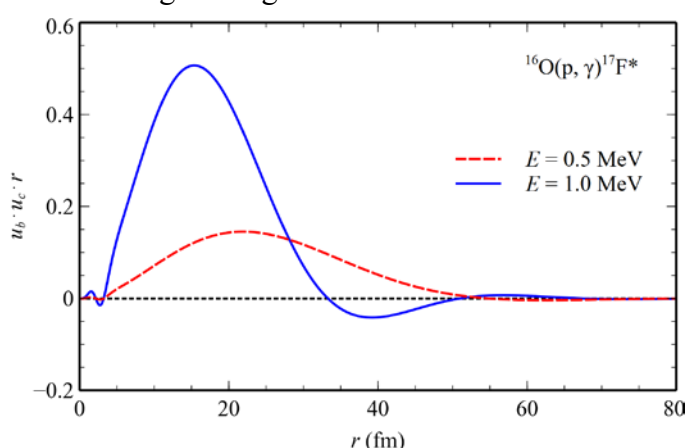
Hình 3. Hệ số thiên văn S cho phản ứng $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$. Số liệu thực nghiệm lấy từ các tài liệu tham khảo (Rolfs, 1973; Morlock et al., 1997).

Trong Hình 3, hệ số thiên văn S của phản ứng $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ được mô tả và so sánh với thực nghiệm (Rolfs, 1973; Morlock et al., 1997). Ở vùng năng lượng thấp, ta thấy hệ số thiên văn của phản ứng khi hạt nhân chuyển dịch về trạng thái kích thích (đường nét đứt, $^{17}\text{F}^*$) đóng góp chính, có độ lớn gấp cỡ 10^2 lần so với chuyển dịch về trạng thái cơ bản (đường nét chấm, $^{17}\text{F}_{\text{g.s.}}$). Việc tăng tiết diện ở vùng năng lượng thấp có thể được giải thích bởi quá trình bắt về trạng thái $2s_{1/2}$ không có rào thế li tâm $\ell(\ell + 1)/r^2$ trong phương trình (9) cho trạng

thái liên kết. Ngoài ra, năng lượng liên kết của proton rất yếu ($-0,11$ MeV) dẫn đến quá trình bắt hạt hoàn toàn có thể diễn ra ở khoảng cách lớn.

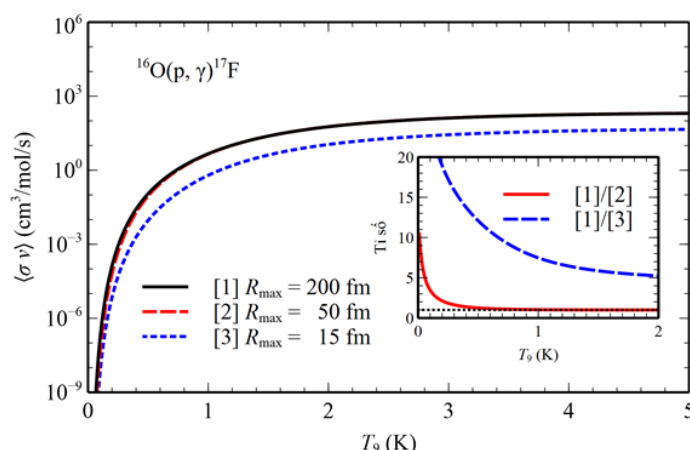
Ngoài ra, kết quả tính toán tiết diện của phản ứng $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ khi thay đổi giá trị kích thước hộp thế năng $R_{\text{max}} = 50$ fm và $R_{\text{max}} = 200$ fm cũng được thể hiện trong Hình 3. Trong tính toán cấu trúc hạt nhân, giá trị $R_{\text{max}} = 15 - 20$ fm thường được chọn để đảm bảo rằng tại đó thế năng và xác suất tìm thấy hạt tại đó là rất nhỏ. Tuy nhiên, trong phản ứng hạt nhân tại năng lượng thấp, quá trình tán xạ có thể xảy ra ở khoảng cách rất lớn. Với khoảng cách bắt hạt tăng dần, giá trị hệ số thiên văn S tại mức năng lượng gần 0 MeV tăng lên đáng kể. Từ đó, ta thấy được ảnh hưởng của khoảng cách bắt lên tiết diện phản ứng. Đồng thời nó cho thấy tính chất hào quang của proton lớp ngoài cùng trong hạt nhân $^{17}\text{F}^*$. Vấn đề này cũng đã được thảo luận trong công trình nghiên cứu (Morlock et al., 1997).

Để khảo sát khoảng cách bắt, ta cần xét hàm trong dấu tích phân của phương trình (8) hay còn được gọi là hàm xen phủ giữa hai trạng thái tán xạ và liên kết. Hình 4 mô tả hàm này trong trường hợp $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}^*$ tại các năng lượng tán xạ $E = 0,5$ MeV và $1,0$ MeV. Ta có thể thấy rằng quá trình bắt diễn ra với xác suất lớn ở vùng từ 20 fm đến 40 fm. Lưu ý rằng vẫn xảy ra quá trình bắt ở những khoảng cách lớn hơn 60 fm với xác suất nhỏ.



Hình 4. Hàm xen phủ trạng thái theo khoảng cách trong trường hợp $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$

Tốc độ phản ứng $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ với các giá trị R_{max} được thay đổi từ 15 fm đến 200 fm được mô tả trong Hình 5. Ta thấy rằng, có một sự khác biệt đáng kể dưới 0,2 GK khi so sánh $R_{\text{max}} = 50$ fm và $R_{\text{max}} = 200$ fm (đường nét liền trong hình về tỉ số). Trong khi đó, sự khác biệt về tốc độ phản ứng ở nhiệt độ dưới 2 GK được thể hiện rõ rệt khi so sánh $R_{\text{max}} = 15$ fm và $R_{\text{max}} = 200$ fm (đường nét đứt trong hình về tỉ số). Điều này cho thấy khoảng cách bắt hạt cũng ảnh hưởng lớn đến tốc độ phản ứng của chúng. Như vậy, sự tăng cường về tiết diện tại năng lượng thấp cũng đóng góp nhiều đến tốc độ phản ứng tại nhiệt độ thiên văn.



Hình 5. Tốc độ phản ứng $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ khi thay đổi giá trị R_{max}

4. Kết luận

Trong nghiên cứu này, chúng tôi đã thực hiện tính toán về tiết diện và tốc độ phản ứng của $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ và $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$. Kết quả tính toán lí thuyết hoàn toàn phù hợp với các số liệu thực nghiệm đo được. Kết quả này cho thấy sự gia tăng về tốc độ phản ứng đối với những phản ứng xuất hiện cộng hưởng ở năng lượng thấp và những phản ứng diễn ra ở những khoảng cách bất rất lớn. Các kết quả này là bước đầu trong việc trích xuất tốc độ phản ứng từ hệ số thiên văn S được tính toán từ mô hình hiện tượng luận với thế năng Woods-Saxon đơn giản. Trong tương lai, chúng tôi sẽ tiếp tục khảo sát tốc độ phản ứng được trích xuất từ các tính toán vi mô về tiết diện phản ứng.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Adelberger, E. G., García, A., Robertson, R. G. H., Snover, K. A., Balantekin, A. B., Heeger, K., Ramsey-Musolf, M. J., Bemmerer, D., Junghans, A., Bertulani, C. A., Chen, J.-W., Costantini, H., Prati, P., Couder, M., Uberseder, E., Wiescher, M., Cyburt, R., Davids, B., Freedman, S. J., Gai, M., Gazit, D., Gialanella, L., Imbriani, G., Greife, U., Hass, M., Haxton, W. C., Itahashi, T., Kubodera, K., Langanke, K., Leitner, D., Leitner, M., Vetter, P., Winslow, L., Marcucci, L. E., Motobayashi, T., Mukhamedzhanov, A., Tribble, R. E., Nollett, K. M., Nunes, F. M., Park, T.-S., Parker, P. D., Schiavilla, R., Simpson, E. C., Spitaleri, C., Strieder, F., Trautvetter, H.-P., Suemmerer, K., & Typel, S. (2011). Solar fusion cross sections. II. The pp chain and CNO cycles. *Reviews of Modern Physics*, 83(1), 195-245. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.195>

- Ajzenberg-Selove, F. (1991). Energy Levels of Light Nuclei $A = 14$. *Nuclear Physics*, 523(1), 1-196.
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., Descouvemont, P., Baye, D., Leclercq-Willain, C., Coc, A., Barhoumi, S., Aguer, P., Rolfs, C., Kunz, R., Hammer, J. W., Mayer, A., Paradellis, T., Kossionides, S., Chronidou, C., Spyrou, K., Degl'Innocenti, S., Fiorentini, G., Ricci, B., Zavatarelli, S., Providencia, C., Wolters, H., Soares, J., Grama, C., Rahighi, J., Shotton, A., & Laméhi Rachti, M. (1999). A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates. *Nuclear Physics A*, 656(1), 3-183. [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(99\)00030-5](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(99)00030-5)
- Bailey, C. L., & Stratton, W. R. (1950). Cross Section of the $C^{12}(p, \gamma)N^{13}$ Reaction at Low Energies. *Physical Review*, 77(2), Article 194.
- Burtebaev, N., Igamov, S. B., Peterson, R. J., Yarmukhamedov, R., & Zazulin, D. M. (2008). New measurements of the astrophysical SA factor for $^{12}C(p, \gamma)^{13}N$ reaction at low energies and the asymptotic normalization coefficient (nuclear vertex constant) for the $p + ^{12}C \rightarrow ^{13}N$ reaction. *Physical Review C*, 78(3), Article 035802.
- Caughlan, G. R., & Fowler, W. A. (1988). Thermonuclear reaction rates V. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 40(2), 283-334.
- Descouvemont, P., Adahchour, A., Angulo, C., Coc, A., & Vangioni-Flam, E. (2004). Compilation and R-matrix analysis of Big Bang nuclear reaction rates. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 88(1), 203-206.
- de-Shalit, A., & Talmi, I. (Eds.). (2013). *Nuclear Shell Theory* (Vol. 14). Pure and Applied Physics.
- Ergashev, F. Kh., Artemov, S. V., Tojiboev, O. R., Karakhodzhaev, A. A., Rusek, K., Trzcińska, A., Wolińska-Cichocka, M., Piasecki, E., Burtebayev, N., Sakuta, S. B., Nassurlla, M., Nassurlla, M., & Rumi, R. F. (2022). Asymptotic Normalization Coefficients for the $^{17}F \rightarrow ^{16}O + p$ configuration from the $^{16}O(^{10}B, ^9Be)^{17}F$ reaction and estimation of the $^{16}O(p, \gamma)^{17}F$ astrophysical S-factor. *Acta Physica Polonica B*, 53, 9-A5.
- Huang, J. T., Bertulani, C. A., & Guimaraes, V. (2010). Radiative capture of nucleons at astrophysical energies with single-particle states. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 96(6), 824-847.
- Kabir, A., Irgaziev, B. F., & Nabi, J.-U. (2020). Proton capture cross-section for ^{12}C at low energy. *Brazilian Journal of Physics*, 50, 112-118.
- Milam, S. N., Savage, C., Brewster, M. A., Ziurys, L. M., & Wyckoff, S. (2005). The $^{12}C/^{13}C$ isotope gradient derived from millimeter transitions of CN: The case for galactic chemical evolution. *The Astrophysical Journal*, 634(2), Article 1126.
- Moghadas, A., Sadeghi, H., & Pourimani, R. (2018). Calculation of astrophysical S-factor and reaction rate in $^{12}C(p, \gamma)^{13}N$ reaction. *New Astronomy*, 59, 14-20.
- Morlock, R., Kunz, R., M. A., Jaeger, M., Müller, A., Hammer, J. W., & Kölle, V. (1997). Halo Properties of the First $1/2^+$ State in ^{17}F from the $^{16}O(p, \gamma)^{17}F$ Reaction. *Physical Review Letters*, 79(20), Article 3837.

- Rolfs, C. (1973). Spectroscopic factors from radiative capture reactions. *Nuclear Physics A*, 217(1), 29-70.
- Tilley, D. R., Weller, H. R., & Cheves, C. M. (1993). Energy levels of light nuclei A = 16-17. *Nuclear Physics A*, 564(1), 1-183.
- Vogl, J. L. (1963). Radiative capture of protons by C12 and C13 below 700 keV [PhD Thesis, California Institute of Technology].
- Xu, Y., Takahashi, K., Goriely, S., Arnould, M., Ohta, M., & Utsunomiya, H. (2013). NACRE II: an update of the NACRE compilation of charged-particle-induced thermonuclear reaction rates for nuclei with mass number A < 16. *Nuclear Physics A*, 918, 61-169.

**NUCLEAR REACTION RATES OF $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ AND $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$
AT ASTROPHYSICAL ENERGIES**

Mai Doan Quang Huy, Nguyen Kieu Viet Duc*, Nguyen Dinh Quoc Long

Ho Chi Minh City University of Education, Vietnam

**Corresponding author: Nguyen Kieu Viet Duc – Email: nkvd231101@gmail.com*

Received: April 26, 2023; Revised: May 30, 2023; Accepted: June 02, 2023

ABSTRACT

Radiative capture is an important reaction in producing the energy of stars in the universe, which is also of nuclear astrophysical interest. The theoretical calculation provides necessary inputs for astrophysics to simulate astrophysical processes in low-energy regions where experiments cannot be accessible. The reactions of $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ and $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ were examined within the framework of the potential model. We pointed out the role of the single-particle resonances and the capture distances in the calculation of nuclear reaction rates.

Keywords: nuclear reaction rate; nuclear resonance; radiative capture