



ISSN: 1859-3100

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP. HỒ CHÍ MINH
TẠP CHÍ KHOA HỌC

KHOA HỌC GIÁO DỤC
Tập 16, Số 1 (2019): 85-96

Email: tapchikhoahoc@hcmue.edu.vn; Website: http://tckh.hcmue.edu.vn

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION
JOURNAL OF SCIENCE

EDUCATION SCIENCE
Vol. 16, No. 1 (2019): 85-96

DAY HỌC HÀM SỐ THEO ĐỊNH HƯỚNG TÍCH HỢP Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC CƠ SỞ

Nguyễn Thị Đào¹, Nguyễn Thị Nga²

¹ Titan Education – 94 Mạc Đĩnh Chi, Đa Kao, Quận 1, Hồ Chí Minh

² Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh

Tác giả liên hệ: Email: ngant@hcmue.edu.vn

Ngày nhận bài: 18-10-2018; ngày nhận bài sửa: 02-11-2018; ngày duyệt đăng: 17-01-2019

TÓM TẮT

Day học tích hợp hiện có vai trò quan trọng trong việc phát triển năng lực của học sinh. Bài báo này làm rõ vấn đề tích hợp trong dạy học hàm số ở sách giáo khoa Việt Nam và Canada cấp trung học cơ sở. Một thực nghiệm giúp học sinh hiểu được ý nghĩa của việc chuyển đổi giữa các hệ thống biểu đạt của hàm số và việc vận dụng 4 bước của quá trình mô hình hóa vào giải quyết các bài toán thực tế cũng sẽ được chúng tôi đề cập.

Từ khóa: dạy học tích hợp, hàm số, hệ thống biểu đạt, mô hình hóa.

1. Quan điểm tích hợp trong dạy học hàm số ở Việt Nam và Canada

1.1. Tích hợp và dạy học tích hợp

Tích hợp trong dạy học các bộ môn là sự kết hợp, tổ hợp kiến thức từ các lĩnh vực khác nhau một cách có hệ thống nhằm đạt được mục tiêu dạy học tốt nhất.

Day học tích hợp là giáo viên tổ chức, hướng dẫn để học sinh biết huy động tổng hợp kiến thức, kỹ năng thuộc nhiều lĩnh vực khác nhau nhằm giải quyết có hiệu quả các nhiệm vụ học tập; thông qua đó hình thành những kiến thức, kỹ năng mới; phát triển được những năng lực cần thiết, nhất là năng lực giải quyết vấn đề trong học tập và trong thực tiễn cuộc sống.

Trong dạy học môn Toán, chúng ta có thể tổ chức dạy học tích hợp trong nội bộ môn học và dạy học tích hợp liên môn.

Cụ thể, đối với chủ đề hàm số, dạy học tích hợp được thể hiện thông qua:

- + Tích hợp trong nội bộ môn Toán: Chuyển đổi giữa các hệ thống biểu đạt (bảng, đồ thị, công thức);
- + Tích hợp liên môn: Các bài toán được xuất phát từ thực tế hoặc sử dụng các kiến thức từ các môn học khác như Vật lí, Hóa học, Sinh học...

1.2. Hàm số ở sách giáo khoa Toán lớp 7 Việt Nam

Khái niệm hàm số xuất hiện tường minh ở Bài 5 – Chương 2 Sách giáo khoa (SGK) lớp 7.

Theo Nguyễn Thị Ngọc Sương (2013), trong SGK này, có 6 kiểu nhiệm vụ liên quan đến khái niệm hàm số:

- *Tính giá trị của hàm số tại một điểm cho trước thuộc tập xác định (T_{inh});*
- *Nhận dạng hàm số ($T_{nhan\ dang}$) khi biết giá trị x và y tương ứng;*

- *Xác định điểm thuộc đồ thị hàm số ($T_{lien\ thuoc}$)* khi biết tọa độ điểm và công thức của hàm số;
- *Xác định biểu thức giải tích của hàm số (T_{xdbhs})* khi biết giá trị x và y tương ứng;
- *Tìm x để y dương hoặc âm (T_{bpt})* khi biết điều kiện của y và công thức của hàm số;
- *Vẽ đồ thị hàm số (T_{ve})* khi biết công thức của hàm số.

Ở cấp trung học cơ sở, khái niệm hàm số được xét ở khía cạnh bảng giá trị, công thức và đồ thị. Vấn đề tích hợp trong nội bộ môn Toán đã được thể hiện trong SGK. Cụ thể, sự chuyển đổi giữa các hệ thống biểu đạt của hàm số đã được SGK quan tâm nhưng chưa nhiều, chủ yếu là theo chiều từ công thức sang bảng giá trị, công thức sang đồ thị. Đặc biệt, hầu hết tất cả các bài tập liên quan đến việc chuyển đổi giữa các hệ thống biểu đạt đều là do yêu cầu của SGK mà không phải là để giải quyết vấn đề đặt ra đòi hỏi học sinh phải tự chuyển đổi các hệ thống biểu đạt. Do đó, mặc dù có sự thay đổi về hệ thống biểu đạt nhưng học sinh chưa thấy được ý nghĩa của việc chuyển đổi này.

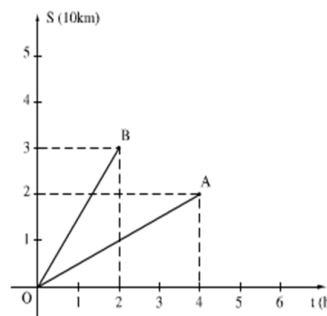
Về vấn đề tích hợp liên môn, các bài toán thực tế thuộc các lĩnh vực Vật lí đã được trình bày trong SGK nhưng chỉ dừng lại ở mức độ lồng ghép. Để giải bài toán đòi hỏi học sinh phải sử dụng kiến thức liên môn Vật lí, nhưng chủ yếu chỉ là các tình huống về mối quan hệ vận tốc và quãng đường trong chuyển động đều. Trong hầu hết các bài toán, công thức hoặc đồ thị của hàm số đều được cho sẵn, học sinh chỉ cần làm theo các yêu cầu của SGK. Do đó, các mô hình toán học đã được cho sẵn, học sinh không cần phải suy nghĩ lựa chọn mô hình nào cho phù hợp.

Bài tập 43 – SGK Toán 7, tập 1, trang 72

Trong hình 27: Đoạn thẳng OA là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi bộ và đoạn thẳng OB là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi xe đạp. Mỗi đơn vị trên trục Ot biểu thị một giờ mỗi đơn vị trên trục Os biểu thị mười kilomet.

Qua đồ thị em hãy cho biết:

- a. Thời gian chuyển động của người đi bộ, của người đi xe đạp?
- b. Quãng đường đi được của người đi bộ, của người đi xe đạp?
- c. Vận tốc (km/h) của người đi bộ, của người đi xe đạp?



Đây là một bài toán thực tế gắn liền với sự chuyển động của một người đi xe đạp. Hàm số mô tả vấn đề thực tế (quãng đường phụ thuộc theo thời gian) đã được cho bằng đồ thị. Ở bài toán này, học sinh phải dựa vào đồ thị để xác định các điểm thuộc đồ thị, từ đó tính các giá trị tương ứng với yêu cầu bài toán. Đáp án của câu a và b nhằm mục đích gợi ý cho câu c. Đối với câu c, đòi hỏi học sinh phải biết huy động được công thức khá quen thuộc $v = \frac{s}{t}$ ở môn Vật lí để giải quyết.

Bài tập 53 – SGK Toán 7, tập 1, trang 77

Một vận động viên xe đạp đi được quãng đường 140km từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Vĩnh Long với vận tốc 35km/h. Hãy vẽ đồ thị của chuyển động trên trong hệ trục tọa độ Oxy (với một đơn vị trên trục hoành biểu thị 1 giờ và một đơn vị trên trục tung biểu thị 20km).

Đây là bài toán thực tế liên quan đến Vật lí, từ yêu cầu bài toán học sinh phải huy động được kiến thức của Vật lí đó là khái niệm về vận tốc và công thức quen thuộc của Vật lí $t = \frac{s}{v}$ để tìm quãng đường vận động viên đi được trong 1 giờ và thời gian vận động viên đi được trên quãng đường 140km, từ đó xác định trên hệ trục tọa độ thì mới vẽ được đồ thị. Như vậy, kiến thức Vật lí được sử dụng vẫn là công thức quen thuộc biểu thị mối liên hệ giữa vận tốc, quãng đường và thời gian.

2. Khái niệm hàm số trong sách giáo khoa Canada

Sách giáo khoa Canada mà chúng tôi chọn phân tích là sách Math makes sense lớp 9 của các tác giả: Lorraine Baron, Trevor Brown, Garry Davis, Sharon Jeroski, Susan Ludwig, Sandra Glanville Maurer, Kanwal Neel, Robert Sidley, Shannon Sookochoff, David Sufrin, David Van Bergeyk, Jerrold Wiebe.

Khái niệm hàm số được thể hiện dưới nhiều phương thức biểu đạt khác nhau: từ hình ảnh, từ ngữ, bảng giá trị, tới công thức hay đồ thị. Để trả lời cho yêu cầu của bài toán học sinh phải chuyển đổi từ phương thức biểu đạt này sang phương thức biểu đạt khác, tức là học sinh chuyển đổi hệ thống biểu đạt để có thể giải quyết bài toán chứ không phải thực hiện theo các yêu cầu chuyển đổi của SGK. Việc chuyển đổi giữa các hệ thống biểu đạt là cần thiết trong bài toán và học sinh hiểu được ý nghĩa của việc chuyển đổi đó.

Bài tập 5 – Math Make Sence 9, trang 170

Cho các bảng giá trị dưới đây:

i. Mỗi bảng giá trị có phải là đại diện cho một quan hệ tuyến tính không?

ii. Nếu là quan hệ tuyến tính, hãy mô tả chúng.

iii. Nếu không phải quan hệ tuyến tính, hãy giải thích.

Đây là bài toán thuần túy toán học đã được cho sẵn bảng giá trị, nhiệm vụ của học sinh là phải chuyển sang đồ thị (hoặc công thức) để kết luận về quan hệ tuyến tính. Như vậy, việc chuyển đổi hệ thống biểu đạt của hàm số từ bảng giá trị sang đồ thị (hoặc công thức) là cần thiết và học sinh hiểu được ý nghĩa của việc chuyển đổi đó là để nhận xét quan hệ này có tuyến tính hay không.

Từ các ví dụ đến bài tập, SGK đã trình bày các bài tập thực tế liên quan đến cuộc sống hàng ngày, các dữ kiện về số học sinh trên xe buýt, số viên kẹo, giá của cái bánh pizza... được SGK đưa vào bài toán để cung cấp các thông tin giúp học sinh hứng thú hơn trong việc giải toán.

a)

x	y
1	4
2	13
3	22
4	31
5	40

b)

x	y
9	8
8	11
7	14
6	17
5	20

c)

x	y
0	0
1	2
2	6
3	12
4	20

d)

x	y
1	3
4	5
7	7
10	9
13	11

Bài tập 13 – Math Make Sence 9, trang 172

Một khu vui chơi giải trí có phí vào cổng là \$10 và mỗi lần đi xe điện là \$2

- Chọn các biến để biểu diễn tổng chi phí tính bằng dollars và số lần đi xe điện mà họ đi. Viết công thức biểu diễn mối quan hệ giữa tổng chi phí và số chuyến xe.
- Vẽ đồ thị quan hệ trên.
- Tổng chi phí với 7 chuyến xe là bao nhiêu?
- Nếu tổng chi phí là \$38 thì sẽ đi được bao nhiêu chuyến xe?

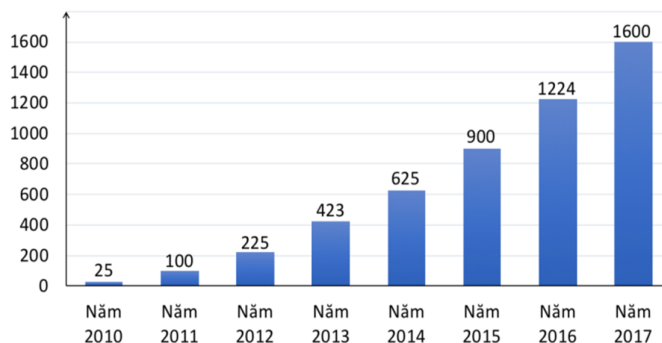
Đây là một bài toán thực tế liên quan đến chi phí tham dự một khu vui chơi. Ở bài toán này, học sinh phải tự xác định mô hình trung gian bằng cách nhận định rằng chi phí vào cổng là một số cố định; số chuyến xe điện và giá tiền của một chuyến xe là hai đại lượng tương ứng, từ đó mô hình hóa bằng một hàm số. Sau đó, học sinh phải thiết lập được công thức (tự xây dựng mô hình toán học) và vẽ đồ thị của hàm số, từ đó thế các giá trị của biến để tính các đại lượng mà đề bài yêu cầu. Như vậy, các bước của quá trình mô hình hóa đã được nhấn mạnh trong bài toán.

3. Thực nghiệm sư phạm**3.1. Mục tiêu thực nghiệm**

Bài toán này được chúng tôi xây dựng nhằm giúp học sinh làm quen với các bài toán thực tế, hiểu và vận dụng được 4 bước của quá trình mô hình hóa vào các bài toán thực tế.

3.2. Tình huống thực nghiệm

Điện thoại di động (Smartphone) được nghiên cứu tung ra thị trường từ năm 2006 và có mặt trên thị trường châu Á bắt đầu từ năm 2007 với số lượng tiêu thụ (tính bằng triệu) hàng năm như biểu đồ dưới đây:

**Câu hỏi 1**

Em có nhận xét gì về số lượng điện thoại tiêu thụ qua các năm? Với điều kiện nào thì số lượng tiêu thụ điện thoại ở thị trường châu Á tiếp tục tăng? Giải thích câu trả lời của em.

Câu hỏi 2

Em hãy dự đoán số lượng tiêu thụ điện thoại năm 2020 và năm 2030 là bao nhiêu? Tại sao?

3.3. Dàn dựng kịch bản

Pha 1 (làm việc tập thể – 10 phút): Giáo viên thông báo bài toán, đưa ra câu hỏi mở đầu theo thứ tự cho học sinh thảo luận, học sinh trình bày câu trả lời.

Pha 2 (làm việc cá nhân – 5 phút): Mỗi học sinh tìm hiểu thông tin, nghiên cứu về bài toán, tạo điều kiện cho mỗi cá nhân đều có hướng giải khác nhau.

Pha 3 (làm việc nhóm – 15 phút): Cá nhân trình bày ý tưởng của mình trong nhóm, học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời chính xác nhất của bài toán, trình bày câu trả lời vào giấy roki.

Pha 4 (làm việc tập thể – 15 phút): Học sinh dán bài tập nhóm lên bảng để thảo luận, đánh giá, sau đó giáo viên tổng kết, thể chế hóa:

- Các dạng biểu diễn của hàm số dùng để giải bài toán bao gồm: bảng giá trị, công thức, đồ thị.
- Các bước để giải bài toán thực tế bao gồm:
 - + Bước 1: Xây dựng mô hình trung gian biểu thị bài toán
 - + Bước 2: Dùng ngôn ngữ toán học biểu thị bài toán
 - + Bước 3: Làm việc với mô hình toán học
 - + Bước 4: Mang kết quả toán học chuyển về thực tế và đối chiếu với thực tế.

3.4. Các chiến lược có thể

- **Chiến lược: Công thức**

Học sinh sẽ ước lượng đây là đồ thị của hàm số bậc hai, từ đó thiết lập công thức $y = ax^2$ bằng cách thế giá trị x và y vào để tìm hệ số a .

Ta có: thế $x = 1$, $y = 25$ ta được $a = 25$

Do đó: công thức của hàm số là $y = 25x^2$

Như vậy, số lượng tiêu thụ năm 2020 và 2030 lần lượt là 3025 và 11.025.

Đối với những thời điểm cách xa năm 2017, việc học sinh mở rộng đồ thị trên mặt giấy là điều khó khăn vì có thể không đủ giấy hoặc nếu ghép nhiều tờ giấy lại với nhau có thể dẫn tới không chính xác. Do đó, chiến lược công thức sẽ được học sinh ưu tiên sử dụng khi thời điểm cần tính xa năm 2017.

- **Chiến lược: Bảng giá trị**

Gọi t là thứ tự thời gian lần lượt ứng với các năm 2010 đến 2017. S là số lượng điện thoại tiêu thụ của các năm tương ứng.

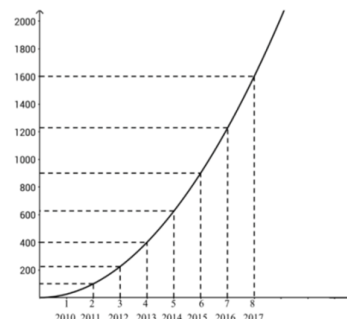
t	S	
1 (2010)	25	=25
2 (2011)	100	Tăng 25,3
3 (2012)	225	Tăng 25,5
4 (2013)	400	Tăng 25,7
5 (2014)	625	Tăng 25,9
6 (2015)	900	Tăng 25,11
7 (2016)	1225	Tăng 25,13
8 (2017)	1600	Tăng 25,15

Tiếp tục như vậy, ứng với năm 2020 thì $t = 11$ nên số lượng tiêu thụ điện thoại bằng số lượng tiêu thụ năm 2019 tăng 25,19. Vậy số lượng tiêu thụ năm 2020 và 2030 lần lượt là 3025 và 11.025.

Nếu thời gian cần tính gần với năm 2017 thì học sinh có thể sử dụng tiếp tục bảng giá trị trên để xác định số lượng điện thoại tương ứng. Nhưng nếu thời gian cần tính quá xa năm 2017 thì chiến lược này sẽ gây khó khăn. Do đó, chiến lược này sẽ được học sinh ưu tiên sử dụng khi thời điểm cần tính gần năm 2017.

- **Chiến lược: Đồ thị**

Học sinh có thể biểu diễn các điểm trên hệ trục tọa độ, từ đó xấp xỉ thành hàm số bậc 2 và vẽ được đồ thị hàm số biểu diễn giữa số năm và số lượng tiêu thụ điện thoại. Sau đó, từ thời gian ta ước lượng được số lượng smartphone tương ứng. Chiến lược này sẽ được học sinh ưu tiên sử dụng khi thời điểm cần tính gần năm 2017.



3.5. Phân tích hậu nghiệm

Thực nghiệm được chúng tôi tiến hành trên 43 học sinh Trường THCS Phạm Hữu Lầu – Quận 7 – TPHCM vào giữa tháng 5 năm 2018. Lớp được chia thành 5 nhóm.

Ở pha 1, học sinh đã được làm việc tập thể để thảo luận về bài toán. Theo đó, học sinh đã nhận định số lượng điện thoại của các năm tiếp theo tiếp tục tăng và sự tăng này phụ thuộc vào số lượng dân cư, điều kiện kinh tế của khu vực đó, và sẽ không có dòng điện thoại nào khác thống lĩnh thị trường trong các năm tiếp theo.

GV: Em có nhận xét gì về số lượng điện thoại tiêu thụ qua các năm?

HS1: Số lượng điện thoại qua các năm tăng dần.

GV: Có bạn nào có ý kiến khác không?

Cả lớp: Dạ không.

GV: Với điều kiện nào thì số lượng tiêu thụ điện thoại ở thị trường châu Á tiếp tục tăng?

HS2: Do điều kiện kinh tế ngày càng phát triển nên người dân có nhiều tài chính hơn để mua các loại điện thoại tốt.

GV: Với điều kiện thứ nhất là do kinh tế ngày càng phát triển, còn bạn nào có ý kiến khác không?

HS3: Do dân cư ngày càng tăng nên số người có nhu cầu sử dụng smartphone cũng tăng.

GV: Vậy sẽ phụ thuộc vào số dân, còn ai có ý kiến khác?

HS4: Em nghĩ là sau này sẽ không còn loại điện thoại nào khác tốt hơn điện thoại smartphone nữa nên số người sử dụng smartphone sẽ tiếp tục tăng trong các năm tiếp theo.

GV: Chúng ta chưa chắc sau này sẽ có dòng điện thoại nào tốt hơn hay không, nhưng chúng ta hãy thống nhất rằng sẽ không có dòng điện thoại nào khác thống lĩnh thị trường trong các năm tiếp theo, đó cũng là 1 điều kiện, vậy bạn nào còn ý kiến nào khác?

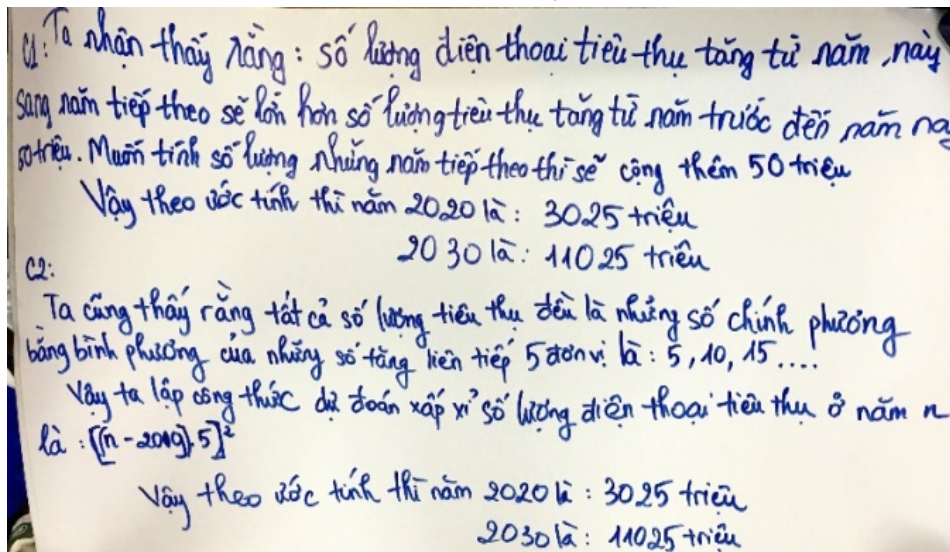
HS5: Do người dân càng ngày càng đông dẫn đến số lượng người muốn sử dụng điện thoại cũng sẽ tăng số lượng tiêu thụ điện thoại sẽ tăng.

GV: Vậy giống ý kiến của bạn là phụ thuộc vào số dân của khu vực đó. Còn ai có ý kiến khác? (Cả lớp không ai có ý kiến nào nữa).

Như vậy, bước đầu tiên HS đã xác định được những điều kiện thực tế cần thiết để có thể mô hình hóa bài toán thực tế về bài toán toán học với giả định là số lượng điện thoại ở các năm tiếp theo sẽ tiếp tục tăng.

Để trả lời câu hỏi của phiếu 1 (Bài toán 1), hầu hết các nhóm đều sử dụng chiến lược bảng giá trị để tìm công thức của hàm số được diễn tả bằng lời hoặc bằng công thức tường minh rồi đưa ra kết luận.

Nhóm 2. Các học sinh ở nhóm 2 đã tìm ra công thức của hàm số theo 2 cách khác nhau



Cách 1: Các em nhận thấy, số lượng điện thoại của năm nay sẽ bằng số lượng điện thoại của năm trước cộng với số lượng tăng của năm trước và thêm 50 triệu. Tức là:

Năm 2010: 25 triệu

Năm 2011: 100 triệu (tăng $25 + 50 = 75$ triệu)

Năm 2012: 225 triệu (tăng $75 + 50 = 125$ triệu)

Tương tự như vậy, số lượng điện thoại của năm 2020 sẽ là: $2500 + 525 = 3025$ (triệu)

Cách 2: Học sinh cũng cố gắng đi tìm công thức tổng quát của hàm số bằng cách dự đoán số lượng điện thoại của từng năm sẽ lần lượt là bình phương của các số 5, 10, 15, 20... Do đó, các em đưa ra được công thức tổng quát của hàm số là $[(n - 2010) \cdot 5]^2$. Sau đó, các em thế số năm cần tính vào công thức trên thì sẽ tìm được số lượng điện thoại tiêu thụ ở năm đó.

Nhóm 3.

Q: Theo thống kê, số lượng tiêu thụ tăng dần theo bình phương các số
 5, 10, 15, 20, ... theo từng năm.
 → năm 2010 : 5^2
 2011 : ~~10^2~~
 ...
 2017 : 40^2 .
 Vậy theo dự đoán, số lượng tiêu thụ năm 2020 có thể là $(40+5.3=55)$
 $55^2 = 3025$ (triệu)
 số lượng tiêu thụ năm 2030 có thể là $(55+10.5=105)$
 $105^2 = 11025$ (triệu)
 ⇒ năm 2020, số lượng tiêu thụ khoảng 3025 triệu.
 năm 2030, 11025 triệu.

G: Từ 2010 → 2020 là $2020 - 2010 + 1 = 11$ (năm)
 Từ 2010 → 2030 là $2030 - 2010 + 1 = 21$ (năm)
 Số lượng tiêu thụ năm 2020 khoảng : $25 \times 11^2 = 3025$ (triệu)
 2030 : $25 \times 21^2 = 11025$ (triệu)

Tương tự như cách 2 của Nhóm 2, các học sinh của Nhóm 3 cũng tìm được công thức tổng quát của hàm số là $(5 \cdot k)^2$ với k là số thứ tự của năm tính từ năm 2010. Cụ thể:

Cách 1: Số lượng điện thoại qua từng năm từ năm 2010 đến 2017 lần lượt là bình phương của các số 5, 10, 15, 20, 25, 30... Như vậy, số lượng điện thoại năm 2020 tương ứng với năm thứ 11 thì sẽ có $55^2 = 3025$ và số lượng điện thoại năm 2030 tương ứng với năm thứ 21 thì sẽ có $105^2 = 11025$

Cách 2: Các em xem năm 2010 là năm thứ 1 tương ứng với số lượng điện thoại là $5 \cdot 1^2$

Năm 2011 là năm thứ 2 tương ứng với số lượng điện thoại là $5 \cdot 2^2$

Năm 2012 là năm thứ 3 tương ứng với số lượng điện thoại là $5 \cdot 3^2$

Từ đó các em đưa ra được công thức của hàm số là $25 \cdot k^2$ với k là số thứ tự của năm.

Do đó, với năm 2020 tương ứng năm thứ 11 có số lượng điện thoại là $25 \cdot 11^2$ và năm 2030 tương ứng năm thứ 21 có số lượng điện thoại là $25 \cdot 21^2$

Nhóm 5.

Số lượng tiêu thụ điện thoại năm 2020 là: ≈ 3025 (triệu)
 Vì căn của số liệu mỗi năm có quy luật là: 5, 10, 15, ... - 105 (năm 2030)
 Ta có, vào năm 2020, số liệu là 55 ⇒ $55^2 = 3025$ (triệu)
 ⇒ (căn của số liệu vào năm 2030 là: 105 ⇒ $105^2 = 11025$ (triệu)
 Vậy số lượng tiêu thụ năm 2020 là: 3025 (triệu)
 số lượng tiêu thụ năm 2030 là: 11025 (triệu)

Đã toán 2.

Nhóm 5 cũng đi tìm công thức của hàm số tương tự như nhóm 2 là $\sqrt{n} = k$ với n là số lượng điện thoại ứng với năm thứ k . Từ đó, các em tính được số lượng điện thoại năm 2020 và 2030.

Như vậy, các học sinh ở nhóm 2, 3 và 5 đã giải quyết bài toán bằng cách tìm công thức hàm số phù hợp với đề bài nêu ra. Các em đã nhận ra được mối quan hệ tương ứng của hai đại lượng số năm và số lượng tiêu thụ điện thoại của năm đó. Các bước của mô hình hóa cũng được các em thể hiện trong bài toán. Cụ thể:

Bước 1. (Xác định các điều kiện cần thiết để số lượng điện thoại tiếp tục tăng ở các năm tiếp theo): Để xây dựng mô hình toán học của tình huống, học sinh đã phải tìm ra những điều kiện để xu hướng tiêu thụ điện thoại tiếp tục tăng.

Bước 2. (Dùng ngôn ngữ toán học để biểu thị bài toán): HS đã xây dựng được mô hình toán học thông qua hệ thống biểu đạt công thức của hàm số. Học sinh ngầm ẩn thể hiện qua các cách đặt n và k để tìm ra được số lượng điện thoại được tiêu thụ.

Bước 3. (Làm việc với mô hình toán học): Học sinh sử dụng các hệ thống biểu đạt của hàm số để tìm câu trả lời cho bài toán toán học.

Bước 4. (Mang kết quả toán học chuyển về thực tế và đối chiếu với thực tế): Học sinh đã kết luận được yêu cầu của bài toán và đối chiếu với thực tế (số lượng điện thoại trên là đúng nếu như dân số tiếp tục tăng như vậy, nếu không thì số lượng điện thoại sẽ là một đáp án khác).

Ngoài ra, ở Nhóm 1 và 4, các em học sinh đã đưa ra được cách làm khác của bài toán. Tuy nhiên các cách làm này là chưa chính xác. Cụ thể:

Nhóm 1.

Số lượng điện thoại tiêu thụ trung bình ~~ti~~ mỗi năm là:

$$[(100-25)+(225-100)+(423-225)+(625-423)+(900-625)+(1224-900) + (1600-1224)] : 7 = 225 \text{ (triệu)}$$

Số lượng dt tiêu thụ năm 2020 là:

$$1600 + 225 \cdot 3 = 2275 \text{ (triệu)}$$

Số lượng dt tiêu thụ năm 2030 là:

$$2275 + 225 \cdot 10 = 4525 \text{ (triệu)}$$

Vậy số lượng tiêu thụ điện thoại năm 2020 khoảng 2275 triệu
năm 2030 khoảng 4525 triệu

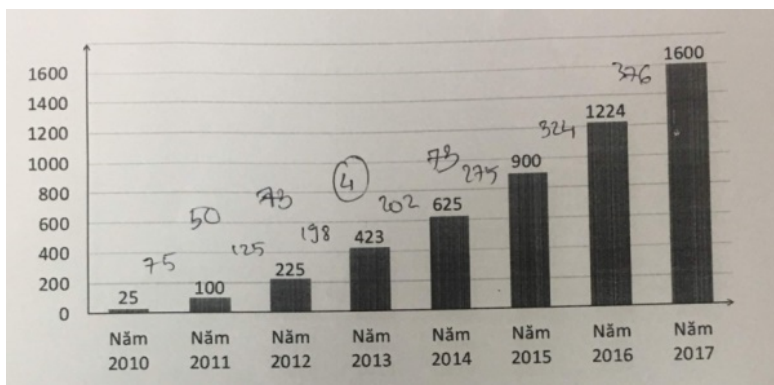
Ở Nhóm 1, học sinh tính số lượng điện thoại tăng của mỗi năm bằng cách lấy hiệu của số lượng điện thoại của hai năm liên tiếp, sau đó lấy tổng các giá trị trên rồi chia cho 7. Học sinh tính số lượng điện thoại năm 2020 bằng cách lấy số lượng điện thoại của năm 2017 cộng với số lượng điện thoại tăng mỗi năm nhân với 3. (3 là khoảng cách từ năm 2017 đến 2020), tương tự với năm 2030. Tuy nhiên, đây là cách giải sai vì ở pha 1, chúng tôi đã thống nhất là số lượng điện thoại tiếp tục tăng qua các năm nên số lượng tăng giữa các năm là khác nhau.

Nhóm 4.

Năm 2020 số lượng tiêu thụ điện thoại là: 2750, ~~3000~~, 3000
 Năm 2030
 là: 11000, ~~12000~~, 9350

Học sinh Nhóm 4 chưa đưa ra được kết quả chính xác do mất nhiều thời gian trong việc tìm công thức của hàm số.

Cụ thể, bài nháp của học sinh trong nhóm đang cố gắng tìm công thức tổng quát của hàm số bằng cách tìm độ chênh lệch số lượng điện thoại giữa hai năm liên tiếp. Tuy nhiên, các số liệu mà chúng tôi đưa ra không phải là các số “đẹp” nên em chưa tìm được công thức tổng quát.



Ngoài ra, bài làm của 1 học sinh khác trong nhóm trình bày như sau:

theo sơ đồ tác:

Giai đoạn 2010 → 2012 tăng 200 triệu điện thoại
 → trung bình 1 năm tăng 100 triệu điện thoại (1)

Giai đoạn 2012 → 2014 tăng 400 triệu điện thoại
 → trung bình 1 năm tăng 200 triệu điện thoại (2)

Giai đoạn 2014 → 2016 tăng 600 triệu điện thoại
 → trung bình 1 năm tăng 300 triệu (3)

Giai đoạn 2016 → 2017 tăng gần 400 triệu điện thoại
 → giai đoạn 2017 → 2018 cũng tăng gần 400 triệu điện thoại (4)

(1)(2)(3)(4) → giai đoạn 2018 → 2020 trung bình 1 năm tăng 500 triệu
 Từ 2020 → 2030 có 5 giai đoạn → 2020 ~~3025~~ 3025 triệu điện thoại
 → tăng trung bình 1 năm 800
 → năm 2030 là tiêu thụ 11.025 triệu điện thoại

Học sinh này cũng đã tìm ra được công thức của hàm số bằng cách tìm số lượng điện thoại tăng trung bình hằng năm trong từng giai đoạn. Cụ thể, từ năm 2010 đến 2016 các em chia thành 3 giai đoạn, mỗi giai đoạn có 2 năm. Sau đó, các em nhận thấy:

Giai đoạn 1 (2010-2012): Số lượng điện thoại tăng 200, tức là mỗi năm trung bình sẽ tăng 100.

Giai đoạn 2 (2012-2014): Số lượng điện thoại tăng 400, tức là mỗi năm trung bình sẽ tăng 200.

Giai đoạn 3 (2014-2016): Số lượng điện thoại tăng 600, tức là mỗi năm trung bình sẽ tăng 300.

Từ đó, các em tìm được số lượng điện thoại của năm 2018 ở giai đoạn 4 là: $1224 + 2.400 = 2024$ (mỗi năm tăng 400)

Và số lượng điện thoại của năm 2020 ở giai đoạn 5 là: $2024 + 2.500 = 3024$

Như vậy, học sinh cũng đã cố gắng tìm quy luật thay đổi của số lượng điện thoại qua các năm nhưng chưa chính xác.

Đây là một bài toán thực tế, hàm số ở bài toán này được cho ngầm ẩn dưới dạng biểu đồ. Để giải bài toán này, học sinh có thể sử dụng các hệ thống biểu đạt của hàm số như bảng giá trị, công thức hoặc đồ thị. Sau đó, tính toán theo yêu cầu đề bài và đưa ra được kết quả, rồi sử dụng kết quả toán học đó đối chiếu với thực tế (số lượng điện thoại trên chỉ đúng nếu như dân số tiếp tục tăng như vậy).

Như chúng tôi đã phân tích ở trên, đa số học sinh đã thực hiện theo các bước này, đó cũng chính là bốn bước của quá trình mô hình hóa. Do đó, bài toán này đã giúp học sinh hiểu và vận dụng được bốn bước của quá trình mô hình hóa vào giải quyết các bài toán thực tế.

4. Kết luận

Tình huống dạy học trên đã tạo cơ hội cho học sinh tham gia vào đầy đủ bốn bước của quá trình mô hình hóa toán học. Hàm số là một mô hình toán học để mô tả các hiện tượng trong thực tế (cụ thể ở đây là số lượng điện thoại tiêu thụ qua các năm). Học sinh tự xác định mô hình trung gian bằng việc tìm ra những điều kiện cần thiết để số lượng điện thoại các năm tiếp theo tiếp tục tăng như vậy, để từ đó mô hình hóa bằng một hàm số. Ngoài ra, học sinh thấy được sự cần thiết của việc chuyển đổi giữa các hệ thống biểu đạt hàm số để giải quyết bài toán. Cụ thể, hệ thống biểu đạt bảng giá trị hay đồ thị chỉ cho phép đưa ra câu trả lời trong những năm gần với năm 2017. Để dự đoán số lượng điện thoại trong những năm xa hơn, cần thiết phải chuyển đổi sang hệ thống biểu đạt là công thức.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Nguyễn Thị Ngọc Strong. (2013). *Dạy học khái niệm hàm số với phần mềm Cabri II plus: nghiên cứu sự đồng biến thiên như giai đoạn đầu tiên của việc xác định khái niệm hàm số*. Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.
- Phan Đức Chính. (Tổng chủ biên) – Tôn Thân (Chủ biên). *Toán 7, tập 1*. NXB Giáo dục.
- Lorraine Baron, Trevor Brown, Garry Davis, Sharon Jeroski, Susan Ludwig, Sandra Glanville Maurer, Kanwal Neel, Robert Sidley, Shannon Sookochoff, David Sufrin, David Van Bergeyk, & Jerrold Wiebe. *Math makes sense* 8, 9.

**TEACHING FUNCTIONS IN THE DIRECTION
OF INTEGRATED EDUCATION IN SECONDARY SCHOOLS**

*Nguyen Thi Dao*¹, *Nguyen Thi Nga*²

¹Titan Education – 94 Mac Dinh Chi, Đa Kao, District 1, Ho Chi Minh City

²Ho Chi Minh City University of Education

Corresponding author: Email: ngant@hcmue.edu.vn

Received: 18/10/2018; Revised: 02/11/2018; Accepted: 17/01/2019

ABSTRACT

Integrated education has been playing an important role in developing the ability of students. This article clarifies the view of integrated education in teaching functions in Vietnam and Canada's secondary school textbooks. An experiment that helps students to be able to understand the meanings behind transforming among register systems of function and to utilize 4 steps of the modelling process into solving the practical mathematical problems is also mentioned.

Keywords: Integrated teaching, function, register systems, modeling.