



ISSN:
1859-3100

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP. HỒ CHÍ MINH
TẠP CHÍ KHOA HỌC

KHOA HỌC GIÁO DỤC
Tập 15, Số 10 (2018): 145-158

Email: tapchikhoahoc@hcmue.edu.vn; Website: http://tckh.hcmue.edu.vn

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION
JOURNAL OF SCIENCE

EDUCATION SCIENCE
Vol. 15, No. 10 (2018): 145-158

NGHIÊN CỨU MỘT PHẦN THỰC TRẠNG DẠY HỌC TOÁN THEO QUAN ĐIỂM LIÊN MÔN: TRƯỜNG HỢP KHÁI NIỆM TÍCH PHÂN

*Trần Văn Học**

Trường THPT Bà Rịa, Bà Rịa – Vũng Tàu

Ngày nhận bài: 12-5-2018; ngày nhận bài sửa: 18-6-2018; ngày duyệt đăng: 25-10-2018

TÓM TẮT

Từ nguồn cội hình thành và những ứng dụng phong phú trong Vật lý, tích phân thể hiện rõ là một ứng viên tiềm năng cho dạy học liên môn với Vật lý – một hình thức dạy học đang được khuyến khích, giúp đưa toán học trong nhà trường gần hơn với cuộc sống. Nhưng kết quả thực nghiệm của chúng tôi lại cho thấy, trong trường hợp khái niệm tích phân thì học sinh chưa thiết lập được tốt mối liên hệ liên môn Toán – Lí. Việc phân tích sách giáo khoa hiện hành phần nào lí giải cho kết quả thực nghiệm.

Từ khóa: dạy học liên môn, tích phân, Vật lý.

ABSTRACT

Studying a situation of teaching Mathematics in the interdisciplinary perspective:

Case of integral concepts

From origins and rich applications in physics, integral is clearly a potential candidate for interdisciplinary teaching with Physics, an encouraging form of teaching, helping to bring mathematics closer to life. However, our experimental results suggest that the concept of integral, students have not established a good interdisciplinary relationship between Maths and Physics. The current textbook analysis partly explains the experimental results.

Keywords: interdisciplinary teaching, integral, Physics.

1. Đặt vấn đề

1.1. Dạy học liên môn giúp đưa toán học gần hơn với cuộc sống

Giáo viên (GV) Toán thường bị thách thức bởi vấn đề giải thích cho học sinh (HS) sự cần thiết của việc học Toán. Thật không may, nhiều HS trung học không nhìn thấy giá trị của toán học và không thấy được mối liên hệ giữa toán học với cuộc sống. Một trong những lí do có thể tìm thấy ở quan điểm dạy học và đánh giá truyền thống, theo đó thì mục tiêu đặt vào cung cấp kiến thức cho HS giải một số dạng toán quen thuộc mà không quan tâm đến ứng dụng thực tế của toán học.

Một cách tiếp cận để giải quyết vấn đề đưa toán học trong nhà trường gần hơn với cuộc sống là dạy học Toán theo quan điểm tích hợp liên môn. Dạy học theo quan điểm liên môn là một cách giúp cho HS nhận ra giá trị ứng dụng của toán học trong các lĩnh vực

* Email: gvtranvanhocbr@gmail.com

ngoài toán học. Dạy học Toán gắn với việc giải quyết những vấn đề ngoài toán giúp HS nắm rõ hơn nghĩa của tri thức toán và tin rằng toán học là hữu ích, quan trọng, thú vị. Nhận thức này có thể giúp làm gia tăng động cơ học tập cho HS. Hơn nữa, với dạy học theo quan điểm liên môn, HS được rèn luyện kỹ năng giải quyết vấn đề, phối hợp nhiều kiến thức của nhiều ngành khác nhau, ít phải ghi nhớ kiến thức một cách máy móc, từ đó năng lực giải quyết vấn đề của HS được phát triển và khả năng đối diện với cuộc sống sẽ tốt hơn.

Dạy học Toán theo quan điểm liên môn rõ ràng có nhiều ích lợi, nên không khó hiểu khi nó trở thành xu thế được bàn luận nhiều trên thế giới nói chung và Việt Nam nói riêng. Trong đề án đổi mới chương trình, sách giáo khoa (SGK) giáo dục phổ thông, Bộ Giáo dục và Đào tạo chỉ đạo các cơ sở giáo dục tăng cường bồi dưỡng, nâng cao năng lực cho đội ngũ giáo viên sẵn sàng đáp ứng mục tiêu đổi mới, trong đó tăng cường năng lực dạy học theo hướng “liên môn” là một trong những vấn đề ưu tiên.

1.2. Tích phân, một ứng viên tiềm năng cho dạy học liên môn

Vấn đề liên môn qua dạy học tích phân đã được một số tác giả đề cập đến, chẳng hạn như Lê Thị Hoài Châu (2004), Phạm Trần Nguyệt Thảo (2016), Ngô Minh Đức (2017). Nghiên cứu lịch sử ở các tài liệu trên đã chỉ ra rằng ngoài nguồn gốc hình học, khái niệm tích phân còn được hình thành và phát triển từ việc nghiên cứu các vấn đề của vật lí.

❖ Nguồn cội vật lí của phép tính tích phân

Đầu tiên phải kể đến quá trình tìm lời giải cho bài toán tính quãng đường của vật chuyển động thẳng biến đổi đều. Đáng chú ý là cách dùng đồ thị để mô tả chuyển động của Oresme có từ thế kỉ thứ XIV, nối tiếp sau đó, Galileo tiến hành nghiên cứu chuyển động rơi tự do. Cả hai ông đều lập luận diện tích dưới đồ thị của hàm vận tốc thể hiện cho quãng đường di chuyển của vật. Với trường hợp chuyển động thẳng biến đổi đều, phần diện tích tích dưới đồ thị là hình thang hoặc tam giác có thể tính dễ dàng nhưng trong trường hợp tổng quát là chuyển động không đều, biến đổi không đều thì phải cần đến công cụ tích phân. Như vậy, vật lí với bài toán tính quãng đường đi khi biết hàm vận tốc, cũng là một động lực thúc đẩy sự ra đời của khái niệm tích phân.

❖ Tích phân và mối quan hệ với đạo hàm

Barrow, sau đó là Newton và Leibniz, những người đầu tiên nhận thấy mối quan hệ gắn bó của đạo hàm với tích phân, làm cho giải tích trở thành một hệ thống hoàn chỉnh trên nền tảng của phép tính vi tích phân. Theo chứng minh của hai nhà bác học này, tích phân có thể được tính dựa vào nguyên hàm như sau:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

trong đó, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $F'(x) = f(x)$

Thay vì phải xác định giới hạn của tổng Riemann, công thức trên cho ta một phương pháp thuận tiện để tính tích phân. Nhưng ý nghĩa quan trọng của tích phân không chỉ nằm ở đó, khi mối liên hệ giữa đạo hàm và tích phân được thiết lập, ứng dụng của tích phân vượt xa khỏi những bài toán ban đầu hình thành ra nó. Cụ thể, chúng ta đều biết là công cụ đạo hàm được sử dụng rất rộng rãi trong nhiều lĩnh vực, trong khi đó tích phân cho phép giải quyết “vấn đề ngược”¹ của những bài toán sử dụng đạo hàm. Do đó, đạo hàm có ứng dụng gì thì tích phân cũng có ứng dụng tương ứng. Ví dụ, đạo hàm cho phép xác định cường độ dòng điện tức thời trong mạch khi biết phương trình điện lượng, bởi công thức $I(t) = q'(t)$. Ngược lại, việc tính điện lượng khi biết phương trình cường độ dòng điện cần sử dụng công cụ tích phân là $q(t) = \int I(t)dt$.

Như vậy, phát hiện ra mối quan hệ với đạo hàm không chỉ giúp cho việc tính tích phân dễ dàng hơn mà còn tìm thêm được nhiều ứng dụng phong phú của khái niệm này.

❖ *Tích phân – công cụ giải quyết nhiều bài toán Vật lí*

Tích phân ra đời là một bước ngoặt lớn trong lịch sử không chỉ đối với Toán học mà kể cả Vật lí. Các nhà vật lí cũng sớm nhận ra được “sức mạnh” to lớn của công cụ tích phân và sử dụng vào giải quyết nhiều vấn đề trong ngành của họ, những vấn đề trước đây không giải quyết được hoặc giải quyết rất khó khăn, nay trở nên dễ dàng hơn nhờ công cụ tích phân.

Một số đối tượng quen thuộc trong chương trình Vật lí phổ thông như: quãng đường, vận tốc, điện lượng, cường độ dòng điện, nhiệt độ, công, mômen quán tính..., khi chưa có công cụ tích phân chỉ có thể xem xét ở trường hợp đặc biệt (ví dụ như là chuyển động đều và chuyển động biến đổi đều). Tích phân ra đời giúp giải quyết tất cả các trường hợp tổng quát.

Với những ghi nhận ở trên, tích phân đã tỏ rõ là một trong những “ứng cử viên sáng giá” cho dạy học liên môn Toán – Vật lí.

2. Một ghi nhận từ thực tế

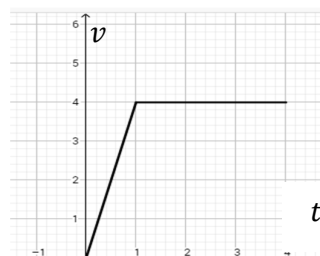
Chúng tôi đã tiến hành một thực nghiệm nhỏ với hai bài toán Vật lí, nhằm mục đích trả lời câu hỏi: HS có nắm được các nghĩa của khái niệm tích phân và HS có biết sử dụng công cụ tích phân để giải quyết một vài vấn đề cơ bản của Vật lí?

2.1. Đối tượng, hình thức và nội dung của thực nghiệm

Đối tượng thực nghiệm là HS lớp 12 học theo chương trình chuẩn, sau khi các em đã học hết chương III “Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng”. Về hình thức thực nghiệm, các em làm hai bài tập tự luận trên giấy có in sẵn câu hỏi trong thời gian 15 phút, với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay (MTCT). Còn về nội dung thực nghiệm, HS được đề nghị tìm lời giải cho hai bài toán sau:

¹ Từ “vấn đề ngược” (hay “bài toán ngược”) được chúng tôi sử dụng ở đây theo nghĩa: hai vấn đề được gọi là “ngược” của nhau nếu giả thiết và câu hỏi của bài toán này sẽ tương ứng ở vị trí câu hỏi và giả thiết ở bài toán kia. Ví dụ, *biết phương trình biểu thị quãng đường của chuyển động, tìm vận tốc tức thời của vật* và *biết phương trình vận tốc tức thời, tìm quãng đường của chuyển động* là hai “vấn đề ngược” của nhau.

Bài toán 1. Một vật chuyển động trong 4 giờ (h). Hình bên biểu thị đồ thị của vận tốc v (km/h) theo thời gian t (h). Tính quãng đường s mà vật đi được trong 4 giờ đó.



Bài toán 2. Trong một mạch điện, cường độ dòng điện i (đơn vị A) là một hàm số theo thời gian t (đơn vị giây (s)) được cho bởi công thức: $i = \sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$. Điện lượng q dịch chuyển qua tiết diện thẳng của vật dẫn trong khoảng thời gian từ lúc $t = 0$ (s) đến $t = 0,001$ (s) là bao nhiêu?

2.2. Phân tích tiên nghiệm

Biện didactic được sử dụng là cách biểu diễn của hàm số $f(x)$ cần tính tích phân, có ba giá trị của biến: Hàm số $f(x)$ cho dưới dạng *biểu thức giải tích*, dạng *đồ thị* và cho bằng *bảng giá trị*.

a) Bài toán 1

Mục đích của bài toán không chỉ là tìm hiểu cách học sinh giải quyết một vấn đề liên môn mà còn muốn biết “diện tích phục vụ tính tích phân” có được học sinh khai thác để tìm đáp án nhanh.

Các chiến lược giải

❖ *Chiến lược S_{vl}* : Dùng kiến thức vật lý

• Trong khoảng thời gian từ $t_0 = 0$ đến $t_1 = 1$, đồ thị vận tốc là đoạn thẳng nên chuyển động là nhanh dần đều và gia tốc của vật là

$$a = \frac{v(t_1) - v(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{4 - 0}{1 - 0} = 4 \text{ (km/h}^2\text{)}$$

Khi đó, quãng đường s_1 vật đi được trong khoảng thời gian từ t_0 đến t_1 là

$$s_1 = \frac{1}{2}a(t_1 - t_0)^2 + v(t_0) \cdot (t_1 - t_0) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1^2 = 2 \text{ (km)}$$

• Trong khoảng thời gian từ $t_1 = 1$ đến $t_2 = 4$, vật chuyển động đều với vận tốc là $v = 4$. Do đó, quãng đường s_2 vật đi được trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 là

$$s_2 = v \cdot (t_2 - t_1) = 4 \cdot 3 = 12 \text{ (km)}$$

• Vậy quãng đường cần tìm là $s = s_1 + s_2 = 14 \text{ (km)}$.

❖ *Chiến lược S_{tp}* : Dùng công cụ tích phân

• Xác định công thức hàm vận tốc $v(t)$ theo thời gian, $v(t) = \begin{cases} 4t, & 0 \leq t < 1 \\ 4, & 1 \leq t \leq 4 \end{cases}$

• Quãng đường s vật đi được trong khoảng thời gian từ $t_0 = 0$ đến $t_2 = 4$ là

$$s = \int_{t_0}^{t_2} v(t) dt = \int_0^1 4t dt + \int_1^4 4 dt = 14 \text{ (km)}$$

❖ *Chiến lược S_{ynhh}* : Dùng ý nghĩa hình học của tích phân

• Quãng đường s vật đi được trong khoảng thời gian từ t_0 đến t_2 là $s = \int_{t_0}^{t_2} v(t) dt$ ($v(t) \geq 0, \forall t \in [t_0; t_2]$) bằng với diện tích hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = v(t), y = 0, t = t_0, t = t_2$.

• Tính diện tích hình phẳng D , ta có $s = S_D = \frac{1}{2} \cdot 1.4 + 3.4 = 14 \text{ (km)}$

Ở đây, chúng tôi chọn giá trị của biến là “*Hàm vận tốc $v(t)$ cho dưới dạng đồ thị*” và hình phẳng dưới đồ thị hàm vận tốc là hình thang vuông hoặc có thể xem là tổng của tam giác vuông và hình chữ nhật. Với chiến lược S_{vt} , HS đã được học ở chương trình Vật lí và các em phải nhận ra dạng của chuyển động từ đồ thị để sử dụng công thức tương ứng. Còn chiến lược S_{tp} buộc HS xác định công thức biểu diễn $v(t)$. Một sự kết hợp hai chiến lược S_{tp} và S_{ynhh} có thể mang đến câu trả lời mà không cần tìm công thức biểu diễn $v(t)$, chỉ cần tính diện tích tam giác vuông và diện tích hình chữ nhật với các kích thước đọc được dễ dàng trên hình vẽ. Rõ ràng chiến lược S_{ynhh} là chiến lược tối ưu và cũng là chiến lược mà chúng tôi mong đợi. Biết sử dụng chiến lược này, chứng tỏ HS đã biết khai thác một phần ý nghĩa hình học của khái niệm tích phân.

b) Bài toán 2

So với Bài toán 1, Bài toán 2 là một ứng dụng khác của tích phân trong Vật lí, đó là tính điện lượng khi biết cường độ dòng điện. Ứng dụng này của tích phân không được SGK Toán 12 (cả chương trình chuẩn và nâng cao) trình bày, nhưng ứng dụng đạo hàm để tính cường độ tức thời của dòng điện có được SGK Toán 11 chương trình chuẩn sử dụng trong một bài toán dẫn dắt đến khái niệm đạo hàm. Câu hỏi đặt ra là học sinh có biết khai thác mối “quan hệ ngược” với đạo hàm để tìm thấy ứng dụng này của tích phân? Tuy nhiên, ở lớp 11, ứng dụng đạo hàm để tìm cường độ dòng điện có thể các em không được học hoặc là các em đã quên. Do đó, chúng tôi quyết định nhắc lại ứng dụng này của đạo hàm trong đề Bài toán 2: “Nếu điện lượng Q truyền trong dây dẫn là một hàm số của thời gian: $Q = Q(t)$ ($Q = Q(t)$ là một hàm số có đạo hàm) thì cường độ tức thời của dòng điện tại thời điểm t_0 là đạo hàm của hàm số $Q = Q(t)$ tại t_0 : $I(t_0) = Q'(t_0)$ ”

Theo em, ngược lại, nếu biết hàm số của cường độ dòng điện theo thời gian thì điện lượng được tính như thế nào?”

Kiến thức nhắc lại này chỉ được đưa cho một nửa số HS thực nghiệm, nửa còn lại thì không, sau đó đối chiếu so sánh kết quả hai nhóm này.

Chiến lược giải

❖ *Chiến lược $S_{đdkđ}$* : Coi như dòng điện là không đổi trong khoảng thời gian “nhỏ” từ lúc $t = 0$ (s) đến $t = 0,001$ (s)

- Cường độ dòng điện đại diện là $i_{DD} = \frac{i(0)+i(0,001)}{2}$ (A)
- Điện lượng cần tìm là $q \approx i_{DD} \cdot t = \frac{i(0)+i(0,001)}{2} \cdot 0,001 \approx 8,2102 \cdot 10^{-4}$ (C)

❖ *Chiến lược S_{tp}* : Dùng công cụ tích phân

- Điện lượng cần tìm là $q = \int_0^{0,001} \sqrt{2} \cos\left(100\pi + \frac{\pi}{4}\right) dt \approx 8,2784 \cdot 10^{-4}$ (C)

Ở bài toán này, chúng tôi chọn giá trị của biến là “Hàm số cường độ dòng điện $I(t)$ cho dưới dạng biểu thức giải tích” HS chỉ việc tính tích phân của hàm số này là có đáp án. Mục đích thực nghiệm của Bài toán 2 là xem HS có biết ứng dụng tích phân để tính điện lượng hay các em có nhận ra mối “quan hệ ngược” của đạo hàm để tìm thấy ứng dụng này.

Bài toán tính điện lượng chỉ được SGK Vật lí trình bày ở trường hợp dòng điện không đổi, còn trường hợp dòng điện xoay chiều (dòng điện biến đổi) không được SGK Vật lí đặt ra khi tích phân chưa được học. Rõ ràng chiến lược $S_{đdkđ}$ phải lấy xấp xỉ, nhưng nếu nhận ra mối “quan hệ ngược” với đạo hàm HS có thể tìm thấy lời giải bằng tích phân cho kết quả chính xác (tuy nhiên, ở đây MTCT chỉ có thể đưa ra kết quả gần đúng).

2.2. Phân tích hậu nghiệm

Thực nghiệm được tiến hành đối với 20 học sinh học theo chương trình chuẩn, lớp 12A1 (lớp có nhiều học sinh khá giỏi) trường THPT Bà Rịa của tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu.

a) Phân tích kết quả thực nghiệm Bài toán 1

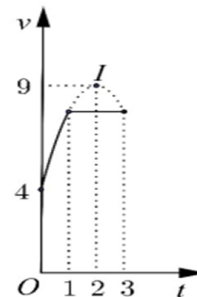
Thông kê kết quả:

S_{vl}	S_{tp}	S_{ynhh}	Chiến lược khác	Không trả lời
1	18	0	0	1

Qua tìm hiểu, chúng tôi được biết các em HS đã được GV hướng dẫn giải bài toán tương tự. Cụ thể là các em đã được giải câu 41 mã đề 101 trong đề thi chính thức trung học phổ thông quốc gia năm 2017:

Câu 41. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. $s = 23,25(km)$
- B. $s = 21,58(km)$
- C. $s = 15,50(km)$
- D. $s = 13,83(km)$



Lời giải mà các em được GV truyền lại là dùng tích phân. Có lẽ vì thế mà, đa số các em đều giải được Bài toán 1 theo chiến lược S_{tp} . Trong khi đó, chiến lược mà chúng tôi mong đợi cũng là chiến lược tối ưu S_{ynhh} đã không xuất hiện.

Như vậy, ứng dụng tích phân để tính quãng đường chuyển động có được GV giảng dạy và đa số các em HS cũng đã biết khai thác ứng dụng này để giải quyết bài toán. Tuy nhiên, các em chưa biết khai thác ý nghĩa hình học của tích phân để có được chiến lược tối ưu, dù trong bối cảnh thi trắc nghiệm như hiện nay, việc tìm kiếm lời giải cho đáp án nhanh luôn được quan tâm.

b) Phân tích kết quả thực nghiệm Bài toán 2

Thống kê kết quả

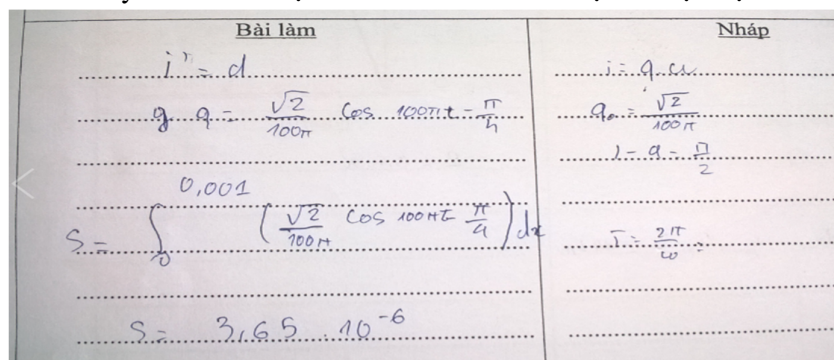
Đối với 10 học sinh có được nhắc lại ứng dụng của đạo hàm

$S_{đđkd}$	S_{tp}	Chiến lược khác	Không trả lời
0	8	2	0

Đối với 10 học sinh không được nhắc lại về ứng dụng của đạo hàm

$S_{đđkd}$	S_{tp}	Chiến lược khác	Không trả lời
0	2	4	4

Ở đây, chúng tôi tìm thấy 6 bài có cách giải sai nhưng lại có điểm chung nên chúng tôi xếp các bài này vào chiến lược khác. Xin trích dẫn một bài đại diện:



Điều làm chúng tôi chú ý ở các bài giải này là từ công thức cường độ dòng điện

$$i = \sqrt{2} \cos \left(100\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$

của đề bài các em suy ra công thức $q = \frac{\sqrt{2}}{100\pi} \cos \left(100\pi t - \frac{\pi}{4} \right)$

Tìm hiểu thêm ở SGK Vật lý 12 chương trình chuẩn (SVL12Ch), ở Bài 13. Các mạch điện xoay chiều chúng tôi thấy công thức điện tích “ $q = CU\sqrt{2}\cos\omega t$ ” (1) (tr. 68), bằng công cụ đạo hàm $i = \frac{dq}{dt}$, tác giả đã chứng minh công thức của cường độ dòng điện “ $i = U\omega C\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ ” (2) (tr. 69). Chúng tôi giả định rằng, HS nhìn thấy mối liên hệ của công thức (1) và (2) trong SVL12Ch nên đã làm “chiều ngược lại” là có công thức $i =$

$I_0 \cos \omega t$ suy ra công thức $q = \frac{I_0}{\omega} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$. Nhưng có lẽ chưa nhận biết được “chiều ngược lại” vừa làm là một phép lấy nguyên hàm nên các em tiếp tục tính $q = \int_0^{0,001} \frac{\sqrt{2}}{100\pi} \cos \left(100\pi t - \frac{\pi}{4} \right) dt$.

Nhìn vào 2 bảng thống kê, ta nhận thấy có 8/10 HS được gợi ý đã nhận ra mối “quan hệ ngược” để tìm ra ứng dụng tích phân để tính điện lượng, trong khi chỉ có 2/10 HS không gợi ý làm được câu này. Như vậy, nhiều HS chưa nắm được ứng dụng này của tích phân. Tuy nhiên, khi được gợi ý về ứng dụng của đạo hàm, các em đã biết vận dụng “mối quan hệ” của đạo hàm và tích phân để tìm thấy ứng dụng của tích phân

2.3. Kết luận thực nghiệm

Qua thực nghiệm, chúng tôi nhận thấy HS đã biết ứng dụng tích phân để tính quãng đường khi biết hàm vận tốc. Tuy nhiên, ý nghĩa diện tích hình phẳng dưới đồ thị hàm vận tốc là quãng đường chuyển động chưa được khai thác để có chiến lược giải nhanh. Chúng tôi thiết nghĩ thật dễ dàng để đưa ý nghĩa này vào giảng dạy bởi vì việc dùng tích phân để tính diện tích hình phẳng HS được học với thời lượng khá nhiều.

Thêm một ghi nhận nữa là mối “quan hệ ngược” của đạo hàm và tích phân có hình thành trong HS. Nếu biết được ứng dụng của công cụ đạo hàm, HS có thể nhận thấy ứng dụng của tích phân. Như vậy, không khó để đưa một ứng dụng tích phân vào giảng dạy khi HS có biết ứng dụng của đạo hàm, và công cụ đạo hàm được SGK Vật lí sử dụng ở nhiều đối tượng.

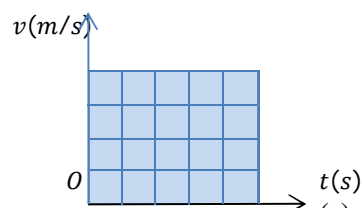
3. Một nghiên cứu thể chế

Lợi ích của dạy học liên môn khái niệm tích phân với Vật lí là rõ ràng nhưng kết quả của thực nghiệm lại cho thấy một số HS chưa nhìn thấy nhiều ứng dụng của tích phân trong Vật lí. Chính điều này khiến chúng tôi muốn tìm hiểu quan điểm liên môn được SGK xét đến như thế nào.

3.2. Ứng dụng của tích phân trong SGK Vật lí

Đầu tiên, chúng tôi chọn phân tích SGK Vật lí chương trình chuẩn (đây là chương trình mà các HS chúng tôi thực nghiệm đang theo học) và bài toán mà chúng tôi quan tâm đặc biệt là bài toán tính quãng đường khi biết vận tốc của chuyển động. Khi tích phân chưa được học, SGK Vật lí 10 chương trình chuẩn (SVL10Ch) chỉ xét ở trường hợp đặc biệt là chuyển động thẳng đều và chuyển động thẳng biến đổi đều. Trong chuyển động thẳng đều, vận tốc $v(t)$ là hàm hằng, áp dụng công thức: quãng đường bằng vận tốc nhân với thời gian, có được phương trình chuyển động là $s = v \cdot t$. Trong phần “Em có biết?” tác giả đã dùng đồ thị để minh họa và khẳng định quãng đường bằng diện tích hình chữ nhật dưới hàm $v(t)$:

khi ta nói diện tích hình chữ nhật trong đồ thị vận tốc biểu diễn quãng đường đi được thì diện tích này phải tính theo đơn vị mét chứ không phải mét vuông. (SVL10Ch, tr.23)



Ở trường hợp này, HS có thể hiểu đơn giản: quãng đường bằng vận tốc nhân với thời gian tương ứng trên đồ thị là chiều rộng nhân với chiều dài của hình chữ nhật.

Còn về chuyển động thẳng biến đổi đều, vận tốc là hàm bậc nhất $v = v_0 + at$. Với công cụ tích phân, phương trình chuyển động của chất điểm chuyển động thẳng biến đổi đều có thể được chứng minh như sau:

$$s(t) = \int_0^t v(t)dt \Leftrightarrow s(t) = \int_0^t (v_0 + at)dt \Leftrightarrow s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

Không được dùng kiến thức tích phân ở thời điểm này, tác giả thừa nhận công thức tính tốc độ trung bình $v_{tb} = \frac{v_0+v}{2}$ từ đó suy ra $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$. Điều đáng chú ý là ở phần “Em có biết?” tác giả dùng đồ thị để chứng minh công thức này, như sau:

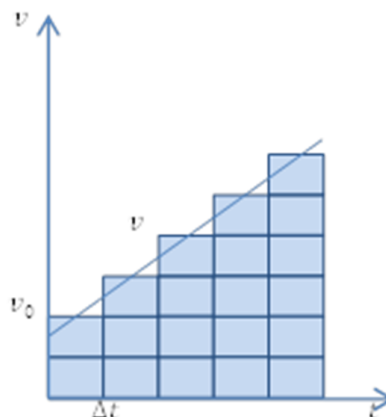
Ta chia khoảng thời gian t thành rất nhiều khoảng nhỏ Δt , sao cho trong mỗi khoảng thời gian nhỏ đó có thể coi chuyển động như thẳng đều với vận tốc là vận tốc ở điểm giữa của khoảng đó. Quãng đường đi được trong khoảng thời gian đó được biểu diễn bằng diện tích của dãy hẹp hình chữ nhật, một cạnh là Δt , một cạnh là v .

Quãng đường đi được trong khoảng thời gian Δt tiếp sau cũng được biểu diễn bằng diện tích của dải hẹp hình chữ nhật như trên, nhưng cạnh v dài hơn một chút. Cứ như thế, quãng đường đi được trong cả khoảng thời gian t sẽ được biểu diễn bằng tổng diện tích của các dải hẹp sẽ bằng diện tích của hình thang vuông có chiều cao là t , có các đáy nhỏ và đáy lớn là v_0 và v . Kết quả ta được:

$$s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \quad \text{với} \quad v = v_0 + at$$

Cuối cùng, ta được $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$. (SVL10Ch, tr. 23)

Nhìn vào đây, ta thấy tư tưởng “chia nhỏ, lập tổng” của khái niệm tích phân có xuất hiện, để tránh chuyển qua giới hạn tác giả “coi như” trong khoảng Δt rất nhỏ là chuyển động đều với vận tốc không đổi là vận tốc ở điểm giữa của khoảng đó. Lập tổng các quãng đường Δs tương ứng là tổng tích phân và quãng đường trong trường hợp này được xác định bằng diện tích hình thang vuông.



Tương tự như bài toán tính quãng đường, bài toán tính điện lượng khi biết cường độ dòng điện cũng chỉ được SGK Vật lí 11 chương trình chuẩn (SVL11Ch) xét ở trường hợp dòng điện không đổi. Sang đến học kì 1 lớp 12, SGK Vật lí 12 chương trình chuẩn (SVL12Ch) có trình bày về dòng điện xoay chiều (dòng điện biến đổi); tuy nhiên, bài toán tính điện lượng không được xét đến do chưa có công cụ tích phân.

Theo chương trình môn Toán, tích phân bắt đầu được giảng dạy từ đầu học kì 2 của lớp 12. Khi khái niệm tích phân được đưa vào thì thời lượng chương trình các môn học khác cũng không còn nhiều. Tuy vậy, chúng tôi cũng muốn tìm hiểu xem tác giả SGK Vật lí có khai thác công cụ tích phân trong phần còn lại của chương trình hay không? Trong SGK Vật lí 12 chương trình nâng cao, công cụ tích phân không hiện diện. Trong SVL12Ch, tích phân chỉ xuất hiện khi chứng minh công thức nêu trong định luật phóng xạ “ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ” (tr. 191). Sau khi công thức được chứng minh, HS chỉ làm việc với công thức này, công cụ tích phân không còn được nhắc đến nữa.

Nhận xét : Với bộ môn Vật lí, HS đã không được làm việc với công cụ tích phân. Khi chưa được học khái niệm tích phân, bài toán chuyển động chỉ được SVL10Ch xét ở trường hợp đặc biệt là chuyển động đều hoặc biến đổi đều. Trong hai trường hợp đặc biệt này, ý nghĩa hình học của tích phân có được thể hiện, quãng đường chuyển động lần lượt được tính theo công thức $s = vt$ và $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, tương ứng hình phẳng dưới đồ thị của hàm vận tốc là hình chữ nhật và hình thang. Việc tính diện tích hai hình này là quen thuộc với HS không cần đến công cụ tích phân, tuy nhiên nếu không có công cụ tích phân thật khó khăn cho HS để hiểu: “tính diện tích là tính quãng đường”. Ở trường hợp tổng quát thì không giải quyết được nếu chưa có tích phân, khi khái niệm tích phân đã được học ở môn Toán, SVL12Ch đã không quay lại để giải quyết trường hợp chuyển động bất kì. Sự “dang dở” trong nghiên cứu về chuyển động của SGK Vật lí phổ thông khiến chúng tôi đặt ra câu hỏi: Trong dạy học tích phân, SGK Toán có giúp HS tìm thấy lời giải của bài toán tính quãng đường của chuyển động bất kì không? Hay có vấn đề liên môn nào khác được trình bày?

3.2. *Khái niệm tích phân trong SGK Toán 12 nhìn từ quan điểm liên môn*

Chúng tôi chọn phân tích SGK Giải tích 12 theo chương trình chuẩn (SGT12Ch). Khái niệm tích phân được trình bày ở chương III: “Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng”. Về mục tiêu chính của chương, sách giáo viên (SGV) nhấn mạnh ứng dụng của tích phân trong hình học và chỉ với một câu đề nói về ứng dụng của tích phân vào các lĩnh vực khác.

Tích phân có ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khoa học. Ở đây, đặc biệt lưu ý ứng dụng hình học của tích phân. Nhờ tích phân, ta thấy lại công thức tính diện tích hình phẳng và thể tích của hình khối của môn hình học giảng dạy trong chương trình THPT và hơn thế còn tính được diện tích và thể tích những hình khác nữa. (SGV Giải tích 12 chương trình chuẩn, tr. 109)

Rõ ràng ở đây, vai trò công cụ của tích phân chỉ tập trung thể hiện trong hình học, cụ thể là công cụ này được dùng để tính diện tích của hình phẳng và thể tích của vật thể. Công cụ tích phân trong Vật lý không được nhắc đến.

a) Định nghĩa khái niệm tích phân

Chúng tôi nhận thấy định nghĩa tích phân trong SGT12Ch được trình bày thông qua nguyên hàm, một “khái niệm ngược” với khái niệm đạo hàm. Trước khi đi vào định nghĩa, tác giả thể chế hóa đầy đủ công thức tính diện tích hình thang cong “ $S(b) = F(b) - F(a)$ ” (tr.104) (với $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$) qua đó cho HS thấy được ý nghĩa của hiệu số này, từ đó lấy hiệu số $F(b) - F(a)$ định nghĩa là tích phân:

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b (hay tích phân xác định trên đoạn $[a; b]$) của hàm số $f(x)$, kí hiệu là

$$\int_a^b f(x) dx. \text{ (SGT12Ch, tr.105)}$$

Xác định ứng dụng của tích phân trong hình học là trọng tâm, SGT12Ch dành riêng một bài trong tổng số 3 bài của chương để trình bày kiến thức này, đó là *Bài 3. Ứng dụng của tích phân trong hình học*. Trong bài này, SGT12Ch thừa nhận thêm nhiều kiến thức, xây dựng một hệ thống công thức, ví dụ và bài tập từ cơ bản đến nâng cao nhằm giúp HS có thể sử dụng công cụ tích phân để giải một số bài toán hình học.

Như vậy, khái niệm tích phân hình thành trong HS là theo cách tiếp cận “ngược của đạo hàm”, cách tiếp cận “chia nhỏ, lập tổng rồi chuyển qua giới hạn” của khái niệm tích phân chỉ được chúng tôi tìm thấy ở bài đọc thêm, nếu không được GV giảng dạy thì cách tiếp cận này khó được xây dựng trong HS. Điều này dễ làm HS lầm tưởng rằng có khái niệm đạo hàm rồi mới có thể có khái niệm tích phân theo như trình tự SGT12Ch trình bày.

b) Những praxéologie liên quan đến khái niệm tích phân có trong SGT12Ch và sách bài tập Giải tích 12 chương trình chuẩn

Chúng tôi tiến hành thu thập các kiểu nhiệm vụ liên quan đến tích phân trong SGT12Ch và sách bài tập (SBT) Giải tích 12 chương trình chuẩn và thu được bảng tổng hợp sau:

	Kiểu nhiệm vụ
T_1	Tìm nguyên hàm $\int f(x) dx$, trong đó $f(x)$ được cho sẵn qua một biểu thức giải tích
T_2	Tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx$, trong đó $f(x)$ được cho sẵn qua một biểu thức giải tích
T_3	Chứng minh đẳng thức tích phân
T_4	Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$; trong đó $f(x)$ và $g(x)$ được cho sẵn qua một biểu thức giải tích

T_5	Tính thể tích vật thể khi biết thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox và giới hạn bởi hai mặt phẳng (P): $x = a$, (Q): $x = b$
$T_{5.1}$	Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng quanh trục hoành (hoặc trục tung); trong đó hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ và $f(x)$ và $g(x)$ được cho sẵn qua một biểu thức giải tích

Như vậy, không có một dấu hiệu liên môn nào giữa tích phân và Vật lí trong SGT12Ch. Tuy nhiên, từ năm 2017, kì thi THPT Quốc gia đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo chuyển từ hình thức thi tự luận sang hình thức thi trắc nghiệm ở bộ môn Toán, và chúng tôi tìm thấy một kiểu nhiệm vụ liên quan đến Vật lí. Cụ thể là kiểu nhiệm vụ T_6 : “Tính quãng đường đi được của vật trong khoảng thời gian từ thời điểm a đến thời điểm b khi biết phương trình vận tốc $v(t)$ ”; được tìm thấy ở câu 41 mã đề 101 trong đề thi chính thức mà chúng tôi đã trích dẫn ở phần trên (các mã đề khác đều có câu hỏi tương tự). Trước đó, nhằm mục đích giúp GV và HS định hướng ôn tập với hình thức thi mới, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố đề thi minh họa kì thi THPT Quốc gia năm 2017 và kiểu nhiệm vụ T_6 cũng có xuất hiện ở câu 24:

Câu 24. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

- A. 0,2m B. 2m C. 10m D. 20m

Kiểu nhiệm vụ T_6 không hiện diện ở SGT12Ch nhưng được đưa vào đề thi. Cùng với kết quả thực nghiệm là nhiều HS giải được Bài toán 1, cho chúng tôi nhận định rằng: Trong quá giảng dạy khái niệm tích phân, GV có chú ý bổ sung thêm kiểu nhiệm vụ T_6 , dù SGK không trình bày. Nhưng trong khuôn khổ của bài báo chúng tôi không tiến hành phân tích thực hành dạy học của giáo viên.

Thêm nữa, kiểu nhiệm vụ T_2 : “Tính tích phân $I = \int_a^b f(x)dx$ với $f(x)$ luôn được SGK cho sẵn qua một biểu thức giải tích”. Điều này có thể dẫn đến “cách hiểu” sai lầm trong HS: muốn tính tích phân nhất thiết phải có biểu thức giải tích dưới dấu tích phân. Đúng như kết quả thực nghiệm của Bài toán 1, các em đều cố gắng tìm biểu thức của hàm vận tốc mà bỏ qua cách giải đơn giản hơn.

c) Nhận xét về SGT12Ch

Từ những phân tích về cách trình bày khái niệm và các kiểu nhiệm vụ trong SGT12Ch và SBT Giải tích 12 chương trình chuẩn, chúng tôi nhận thấy vấn đề liên môn với Vật lí không được SGK xem xét đến. Như thế, HS không thể thấy được sự đa dạng trong các ứng dụng của tích phân. Về ý nghĩa hình học của tích phân để tính diện tích hình phẳng rất được chú trọng trong chương trình và HS được học với thời lượng khá nhiều

nhưng chiều ngược lại là tính diện tích thay cho tính tích phân lại chưa được chú trọng. Chúng tôi thiết nghĩ để xây dựng ý nghĩa hình học của tích phân đầy đủ hơn SGK có thể bổ sung thêm một số bài tập buộc HS phải tính diện tích để tìm kết quả tích phân.

Khái niệm tích phân được định nghĩa theo nguyên hàm, một “khái niệm ngược” của đạo hàm do đó HS có thể nhận ra mối “quan hệ ngược” với đạo hàm của tích phân. Tuy nhiên, tư tưởng “chia nhỏ, lập tổng rồi chuyển qua giới hạn” gần như không hình thành trong HS, làm mất đi phần nào nghĩa của khái niệm tích phân.

4. Kết luận

Kết quả phân tích SGT12Ch và SGK Vật lí đã phần nào lí giải kết quả của thực nghiệm. Do liên môn không được chú trọng nên nhiều ứng dụng của tích phân đã không được trình bày. Tích phân được định nghĩa thông qua nguyên hàm (một “khái niệm ngược” của đạo hàm) nên quan điểm này có hình thành trong học sinh, ý nghĩa hình học của tích phân có được SGK chú trọng; tuy nhiên, chỉ có tích phân phục vụ tính diện tích, chiều ngược lại không quan tâm hình thành cho HS.

Khi chưa có công cụ tích phân, ta chỉ có thể xem xét ở trường hợp đặc biệt của chuyển động là đều hoặc biến đổi đều và nhiều đối tượng khác trong Vật lí cũng trong “tình cảnh” như vậy. Nhưng thật đáng tiếc, sau khi khái niệm tích phân được hình thành trong HS, những đối tượng này đã không được nhắc lại để giải quyết ở trường hợp tổng quát.

Định hướng đổi mới nội dung chương trình, SGK của Bộ Giáo dục và Đào tạo xác định giảm các dạng bài tập “lắt léo”, tăng thời lượng cho nội dung ứng dụng kiến thức vào thực tế. Mong rằng những ứng dụng phong phú của tích phân sẽ được khai thác nhiều hơn và các nghĩa của khái niệm tích phân sẽ được bộc lộ đầy đủ.

❖ **Tuyên bố về quyền lợi:** Tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2008). *SGK Giải tích 12*. NXB Giáo dục.
 Bộ Giáo dục và Đào tạo (2008). *SGV Giải tích 12*. NXB Giáo dục.
 Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2008). *SBT giải tích 12 chương trình chuẩn*. NXB Giáo dục.
 Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2009). *SGK Vật lí 10*. NXB Giáo dục.
 Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2009). *SGK Vật lí 11*. NXB Giáo dục.
 Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2009). *SGK Vật lí 12*. NXB Giáo dục.
 Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2009). *SGK Vật lí 12 (Nâng cao)*. NXB Giáo dục.
 Lê Thị Hoài Châu. (2004). Khai thác lịch sử Toán trong dạy – học khái niệm tích phân. *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, (2), 37-45.

- Lê Thị Hoài Châu. (2014). *Tích hợp trong dạy học toán* (Tài liệu bồi dưỡng GV).
- Ngô Minh Đức. (2017). Quan điểm tích hợp trong dạy học khái niệm tích phân. *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 14(4), 20-28.
- Trần Lương Công Khanh. (2002). *Nghiên cứu didactic về những khó khăn chính của học sinh khi tiếp thu khái niệm tích phân*. Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Sư phạm TP Hồ Chí Minh.
- Phạm Trần Nguyệt Thảo. (2016). *Dạy học khái niệm tích phân theo quan điểm liên môn*. Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Cần Thơ, Cần Thơ.
- Đỗ Hương Trà. (2015). Nghiên cứu dạy học tích hợp liên môn: những yêu cầu đặt ra trong việc xây dựng, lựa chọn nội dung và tổ chức dạy học. *Tạp chí Khoa học Đại học Quốc gia Hà Nội*, 31(1), 44-51.