MỘT LỚP BÀI TOÁN BIÊN CHO PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN BẬC CAO

NGUYỄN ANH TUẤN*

Trong bài báo [1] tôi đã đưa ra một số kết quả về sự tồn tại và duy nhất nghiệm của một lớp bài toán biên cho phương trình vi phân hàm bậc cao. Song các kết quả đó chưa được chứng minh đầy đủ và chính xác, do thiếu các kết quả về bài toán biên cho hệ phương trình hàm. Gần đây nhờ các kết quả trong [2] tôi có điều kiện hoàn thiện các kết quả nêu trên. Do đó mục đích chính của bài báo là chứng minh đầy đủ các kết quả trong [1]. Trước hết ta nhắc lại bài toán.

Xét phương vi phân hàm bậc cao

$$u^{(n)}(t) = f(u)(t) \tag{1}$$

Với điều kiện biên dạng hàm

$$\Phi_i\left(u^{(i-1)}\right) = \varphi_i(u) \qquad \left(i = 1, 2, \dots, n\right) \tag{2}$$

Trong đó $f : C^{n-1}(\langle a, b\rangle) \to L(\langle a, b\rangle)$ thỏa mãn điều kiện Carathéodory.

Với mỗi $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ phiếm hàm Φ_i trong (2) là tuyến tính, liên tục, không giảm trong không gian $C(\langle a, b\rangle)$ và tập trung trong đoạn $\langle a_i, b_i\rangle \subset \langle a, b\rangle$ (có nghĩa là giá trị của phiếm hàm Φ_i chỉ phụ thuộc vào hàm số thu hẹp đối với đoạn $\langle a_i, b_i\rangle$ và đoạn này có thể suy biến thành một điểm).

Ta luôn có thể giả thiết $\Phi_i(1) = 1$. Trong điều kiện (2) các phiếm hàm φ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) là liên tục trong không gian $C^{n-1}(\langle a, b\rangle)$.

Định nghĩa 1: Giả sử f_0: $C_n^+(\langle a, b\rangle) \to L(\langle a, b\rangle, R^+)$, ψ_i: $C_n^+(\langle a, b\rangle) \to R_+$ là các toán tử không giảm, liên tục và thuần nhất dương, $g(t) \in L(\langle a, b\rangle)$. Nếu hệ bất phương trình vi phân

$$|\rho_i'(t)| \le |\rho_{i+1}(t)|, \ a \le t \le b, \ (i = 1, \dots, n-1)$$

$$|\rho_i'(t) - g(t) \,.\, \rho_n(t)| \le f_0(|\rho_1|, \dots, |\rho_n|)(t), \quad a \le t \le b \tag{3}$$

* Tiến sĩ Khoa Toán – Tin Trường ĐHSP Tp.HCM.

với điều kiện

$$\min\{|\rho_i(t)| : a_i \le t \le b_i\} \le \psi_i(|\rho_1|, \ldots, |\rho_n|) \qquad (i = 1, \ldots n) \qquad (4)$$

chỉ có nghiệm tầm thường, chúng ta nói rằng:

$$(g, f_0, \psi_1, \ldots, \psi_n) \in \text{Nic}(<a, b>, a_1 \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n) \qquad (5)$$

Định lý 1: Giả sử $(g, f_0, \psi_1, \ldots, \psi_n) \in \text{Nic}(<a, b>, a_1 \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n)$ và f, $\varphi_1, \ldots \varphi_n$ của bài toán (1), (2) thực hiện các điều kiện sau :

$$[f(u)(t) - g(t).\, u^{(n-1)}(t)]\, \text{sign} u^{(n-1)}(t)$$
$$\le f_0\left(|u|, \ldots |u^{(n-1)}|\right)(t) + \omega\left(t, \sum_{i=1}^{n} \|u^{(i-1)}\|_{C(<a,b>)}\right) \qquad (6_1)$$

với $a_n \le t \le b$, $u \in C^{n-1}(<a, b>)$,

$$\ge -f_0\left(|u|, \ldots |u^{(n-1)}|\right)(t) - \omega\left(t, \sum_{i=1}^{n} \|u^{(i-1)}\|_{C(<a,b>)}\right) \qquad (6_2)$$

với mọi $a \le t \le b_n$, $u \in C^{n-1}(<a, b>)$'

$$|\varphi_i(u)| \le \Psi_i\left(|u|, \ldots |u^{(n-1)}|\right) + r\left(\sum_{i=1}^{n} \|u^{(i-1)}\|_{C(<a,b>)}\right) \qquad (7)$$

với mọi $u \in C^{n-1}(<a, b>)$, $(i = 1,2 \ldots n)$.

Trong đó hàm số ω: $<a, b> \times R^+ \to R^+$ là đo được đối với biến thứ nhất và không giảm đối với biến thứ hai. Hàm số r: $R^+ \to R^+$ là không giảm và

$$\lim_{\rho \to +\infty} \frac{1}{\rho} \int_a^b \omega(t, \rho)\, dt = 0 = \lim_{\rho \to +\infty} \frac{1}{\rho} r(\rho) \qquad (8)$$

Khi đó bài toán biên (1), (2) có ít nhất một nghiệm.

Để chứng minh định lý 1 ta cần bổ đề sau:

Bổ đề 1: Giả sử điều kiện (5) được thực hiện. Khi đó tồn tại một số $\rho > 0$ sao cho đánh giá sau xảy ra:

$$\|u\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}} \le \rho\left(r_0 + \|h_0\|_{L(<a,b>)}\right) \qquad (9)$$

với mỗi hằng số $r_0 > 0$, hàm số $h_0 \in L(<a, b>, R^+)$ và mỗi nghiệm $u \in AC^{n-1}(<a, b>)$ của bất đẳng thức vi phân

$$[u^{(n)}(t) - g(t).\, u^{(n-1)}(t)]\ \text{sign}\ u^{(n-1)}(t)$$
$$\le f_0(|u|, \ldots, |u^{(n-1)}|)(t) + h_0(t)$$
$$\text{khi } a_n \le t \le b, \qquad (10_1)$$
$$\ge -f_0(|u|, \ldots, |u^{(n-1)}|)(t) - h_0(t)$$
$$\text{khi } a \le t \le b_n, \qquad (10_2)$$

thỏa mãn điều kiện:

$\min \{|u^{(i-1)}(t)| : a_i \le t \le b_i\} \le \psi_i(|u|, \dots |u^{(n-1)}|) + r_0, \quad (i = 1, \dots n)$ (11)

Chứng minh: Ta chứng minh bằng phản chứng, khi đó với mỗi số tự nhiên m, tồn tại $r_m \in R_+$, $h_{om} \in L(<a, b>)$ và $u_m \in AC^{n-1}(<a, b>)$ sao cho:

$$\left(u_m^{(n)}(t) - g(t).u^{n-1}(t)\right)\text{sign } u_m^{(n-1)}(t) \le f_0\left(|u_m|, \dots, |u_m^{(n-1)}|\right)(t) + h_{om}(t) \quad (12_1)$$

nếu $a_n \le t \le b$

$$\left(u_m^{(n)}(t) - g(t).u^{n-1}(t)\right)\text{sign } u_m^{(n-1)}(t) \ge -f_0\left(|u_m|, \dots, |u_m^{(n-1)}|\right)(t) - h_{om}(t) \quad (12_2)$$

nếu $a \le t \le b_n$

$$\min\left\{\left|u_m^{(i-1)}(t)\right| : a_i \le t \le b_i\right\} \le \Psi_i\left(|u_m|, \dots, |u_m^{(n-1)}|\right) + r_m \quad (13)$$

và

$$\|u_m\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}} \ge m\left(r_m + \|h_{om}\|_{L(<a,b>)}\right) \quad (14)$$

Đặt

$$\tilde{u}_m(t) = \frac{u_m(t)}{\|u_m\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}}} \quad (15)$$

$$\tilde{h}_{om}(t) = \frac{h_{om}(t)}{m\left(r_m + \|h_{om}\|L_{(<a,b>)}\right)}$$

khi đó ta có:

$$\|\tilde{u}_m\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}} = 1, \quad \left\|\tilde{h}_{om}\right\|_{L(<a,b>)} \le \frac{1}{m} \quad (16)$$

Mặt khác từ (12), (13), (14), (15) ta nhận được:

$$\left(\tilde{u}_m^{(n)}(t) - g(t).\,\tilde{u}_m^{n-1}(t)\right)\text{sign } \tilde{u}_m^{(n-1)}(t) \le f_0\left(|\tilde{u}_m|, \dots, |\tilde{u}_m^{(n-1)}|\right)(t) + \tilde{h}_{om}(t) \quad (17_1)$$

nếu $a_n \le t \le b$

$$\left(\tilde{u}_m^{(n)}(t) - g(t).\,\tilde{u}_m^{n-1}(t)\right)\text{sign } \tilde{u}_m^{(n-1)}(t) \ge -f_0\left(|\tilde{u}_m|, \dots, |\tilde{u}_m^{(n-1)}|\right)(t) - \tilde{h}_{om}(t) \quad (17_2)$$

nếu $a \le t \le b_n$

và

$$\min\left\{\left|\tilde{u}_m^{(i-1)}(t)\right| : a_i \le t \le b_i\right\} \le$$
$$\le \Psi_i\left(|\tilde{u}_m|, \dots, |\tilde{u}_m^{(n-1)}|\right) + \frac{1}{m}, \ (i = 1, \dots, n). \quad (18)$$

với mỗi $i \in \{1,2 \ldots, n\}$ và với mỗi số tự nhiên $m \geq 1$ ta chọn một điểm $t_{im} \in <a_i, b_i>$ sao cho:

$$\left|\tilde{u}_m^{(i-1)}(t_{im})\right| = \min\left\{\left|\tilde{u}_m^{(i-1)}(t)\right| : a_i \leq t \leq b_i\right\}. \tag{19}$$

Giả sử $\rho_{n,m}(t)$ là nghiệm của bài toán Cauchy

$$\rho'_{nm}(t) = g(t).\rho_{nm} + \left[f_0\left(\left|\tilde{u}_m\right|, \ldots, \left|\tilde{u}_m^{(n-1)}\right|\right)(t) + \tilde{h}_{om}(t)\right] \operatorname{sign}(t - t_{n,m}) \tag{20}$$

$$\rho_{n,m}(t_{n,m}) = \left|\tilde{u}_m^{(n-1)}(t_{nm})\right|. \tag{21}$$

Khi đó từ các bất đẳng thức (17_1), (17_2) và theo bổ đề 4.1 trong [3] ta có:

$$\left|\tilde{u}_m^{(n-1)}(t)\right| \leq \rho_{nm}(t), \quad a \leq t \leq b. \tag{22}$$

Nếu ta đặt

$$\rho_{im}(t) = \left|\tilde{u}_m^{(i-1)}(t_{im})\right| + \left|\int_{t_{im}}^{t} \rho_{(i+1)m}(\tau)\,d\tau\right|, \quad a \leq t \leq b, (i = 1, \ldots, n-1) \tag{23}$$

Khi đó

$$\left|\tilde{u}_m^{(i-1)}(t)\right| \leq \rho_{im}(t), \quad a \leq t \leq b \quad (i = 1, \ldots, n). \tag{24}$$

Từ (20), (21) và (24) ta có:

$$\rho_{n,m}(t) \leq \left|\tilde{u}_m^{(n-1)}(t_{n,m})\right| \exp \int_{t_{n,m}}^{t} g(\tau)d(\tau) + \left|\int_{t_{n,m}}^{t} \exp \int_{\tau}^{t} g(s)ds \left[f_0\left(\left|\tilde{u}_m\right|, \ldots, \left|\tilde{u}_m^{(n-1)}\right|\right)(\tau) + \tilde{h}_{om}(\tau)\right] d\tau\right| \tag{25}$$

Với $a \leq t \leq b$

và

$$\rho_{n,m}(t) \leq \rho_{nm}(t_{n,m}) \exp \int_{t_{n,m}}^{t} g(\tau)d\tau + \left|\int_{t_{n,m}}^{t} \exp \int_{\tau}^{t} g(s)ds \left[f_0\left(\left|\rho_{1m}\right|, \ldots \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. \ldots, \left|\rho_{n,m}\right|\right)(\tau) + \tilde{h}_{om}(\tau)\right] d\tau\right|, \quad a \leq t \leq b \tag{26}$$

Cùng với (16), (20) và (25) ta có:

$$0 \leq \rho_{n,m}(t) \leq \left(2 + \int_a^b f_0(1, \ldots, 1)(\tau)d\tau\right) \exp \int_a^b \left|g(\tau)\right| dt = r_0 \tag{27}$$
$$a \leq t \leq b, \qquad (m = 1, 2 \ldots)$$

và

$$\left|\rho'_{n,m}(t)\right| \leq \tilde{h}_{0m}(t) + \tilde{h}(t)$$
$$\text{với } a \leq t \leq b, \quad (m = 1, 2 \ldots) \tag{28}$$

với

$$\tilde{h}(t) = r_0 \left|g(t)\right| + f_0(1, \ldots, 1)(t)$$

Từ (16), (18), (23), (24) kéo theo

$$\sum_{i=1}^{n}\|\rho_{im}\|_{C(<a,b>)} \geq 1 \quad (m = 1.2...) \tag{29}$$

$$|\rho_{im}(t_{im})| \leq \Psi_i(\rho_{1m},...,\rho_{nm}) + \frac{1}{m} \tag{30}$$
$$(i = 1,..., n; m = 1,2,...)$$

và

$$|\rho_{im}(t_{im})| \leq 1 \quad , \quad (i = 1,..., m = 1,2,...) \tag{31}$$

Các đẳng thức (19), (27), (28) và (31) chỉ ra rằng dãy hàm $\{\rho_{im}(t)\}_{m=1}^{\infty}$ (i=1,2,…,n) là bị chặn đều và đồng liên tục đều. Do đó theo bổ đề Arzela-Ascoli và không mất tổng quát ta có thể giả sử rằng dãy đó là hội tụ đều. Ngoài ra ta có thể giả sử rằng dãy $\{t_{im}\}_{m=1}^{\infty}$ (i=1,…,n) là hội tụ.

Đặt:

$$t_{io} = \lim_{m\to+\infty} t_{im} \quad (i = 1,..., n; m = 1,2,...)$$

và

$$\rho_{io}(t) = \lim_{m\to+\infty} \rho_{im}(t), \quad a \leq t \leq b, \ (i = 1,..., n).$$

Khi đó

$$t_{io} \in <a_i, b_i>, \qquad (i=1, ...n) \tag{32}$$

Chuyển qua giới hạn đẳng thức (23) và các bất đẳng thức (26), (30) ta nhận được

$$\rho_{io}(t) = \rho_{io}(t_{io}) + \left|\int_{t_{io}}^{t}\rho_{(i+1)0}(\tau)d\tau\right|, \quad (i = 1, ..., n) \tag{33}$$

$$\rho_{no}(t) \leq \rho_n(t) \qquad \text{nếu } a \leq t \leq b \tag{34}$$

Trong đó

$$\rho_n(t) = \rho_{no}(t_{no})\exp\int_{t_{no}}^{t}g(\tau)d\tau + \left|\int_{t_{no}}^{t}\exp\int_{\tau}^{t}g(s)ds\, f_0(|\rho_{10}|,...,|\rho_{no}|)(\tau)d\tau\right|,$$
$$\text{với } a \leq t \leq b \tag{35}$$

và

$$|\rho_{io}(t_{io})| \leq \Psi_i(\rho_{10},...,\rho_{no}), \quad (i = 1,..., n) \tag{36}$$

Ta lại đặt

$$\rho_i(t) = \rho_{i0}(t_{i0}) + \left|\int_{t_{i0}}^{t} \rho_{i+1}(\tau)d\tau\right| \qquad (i = 1,...n-1) \tag{37}$$

Khi đó từ (33) và (34) ta có

$\rho_{i0}(t) \le \rho_i(t), a \le t \le b$ và $\rho_i(t_{i0}) = \rho_{i0}(t_{i0})$ $(i = 1,...n)$ $(i = 1,...n)$ (38)

Đạo hàm hai vế của (35) cho ta

$$\rho'_n(t) = g(t)\rho_n(t) + f_0(\rho_{10},....\rho_{n0})(t).\,\text{sign}\,(t - t_{n0}), a \le t \le b \tag{39}$$

Các bất đẳng thức (32), (36), (37), (38) (39) chỉ ra rằng $\{\rho_i(t)\}_{i=1}^{n}$ là nghiệm của bài toán (3), (4). Do đó theo giả thiết (5) ta có:

$$\rho_i(t) \equiv 0 \qquad (i = 1, 2, ...n)$$

Mặt khác từ (29) và (38) ta nhận được

$$\sum_{i=1}^{n} \|\rho_i\|_{C(<a,b>)} \ge 1$$

mâu thuẫn này chỉ ra rằng bổ đề được chứng minh.

Bây giờ ta áp dụng bổ đề 1 để chứng minh định lý 1.

Chứng minh định lý 1: Giả sử ρ là hằng số trong bổ đề 1. Theo (8) khi đó tồn tại số $\rho_0 > 0$ sao cho

$$\rho\left(r(2\rho_0) + \int_a^b \omega(t, 2\rho_0)dt\right) \le \rho_0 \tag{40}$$

đặt

$$\chi(s) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } |s| \le \rho_0 \\ 2 - \dfrac{|s|}{\rho_0} & \text{nếu } \rho_0 < |s| < 2\rho_0 \\ 0 & \text{nếu } |s| > 2\rho_0 \end{cases}$$

$$\tilde{f}(u) = \chi\left(\|u\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}}\right)\left(f(u)(t) - g(t).u^{n-1}(t)\right)$$

$$\text{với } u \in C^{n-1}(<a, b>) \tag{41}$$

$$\tilde{\varphi}_i(u) = \chi\left(\|u\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}}\right)\varphi_i(u) \qquad (i = 1, ..., n) \tag{42}$$

Chúng ta xét bài toán

$$u^{(n)}(t) = g(t).\,u^{(n-1)}(t) + \tilde{f}(u)(t) \tag{43}$$

$$\Phi_i\left(u^{(i-1)}\right)=\widetilde{\varphi}_i\left(u\right) \qquad (i=1,\ldots,n) \tag{44}$$

Từ (41), (42) suy ra $\widetilde{f}:C^{n-1}(<a,b>) \to L(<a,b>)$ thỏa điều kiện Carathéodory và $\widetilde{\varphi}_i:C^{n-1}(<a,b>) \to \mathbb{R}$ $(i=1,2,\ldots,n)$ là liên tục và

$$g^*(t)=\sup\left\{\left|\widetilde{f}\left(u\right)(t)\right|:u\in C^{n-1}\left(<a,b>\right)\right\}\in L\left(<a,b>\right) \tag{45}$$

$$r_i=\sup\left\{\left|\widetilde{\varphi}_i\left(u\right)\right|:u\in C^{n-1}\left(<a,b>\right)\right\}<+\infty \qquad (i=1,\ldots,n) \tag{46}$$

Bây giờ ta chỉ ra rằng bài toán biên thuần nhất

$$v^{(n)}(t)=g(t).\ v^{(n-1)}(t) \tag{43_0}$$

$$\Phi_i(v^{(i-1)})=0, \quad (i=1,\ldots n) \tag{44_0}$$

chỉ có nghiệm tầm thường

Thật vậy giả sử v là một nghiệm tuỳ ý của bài toán này. Khi đó

$$v^{(n-1)}(t)=C.\ w(t),\ \text{với } C=\text{const và } w(t)=\exp\int_a^t g(\tau)d\tau$$

Thay vào (44_0) ta có:

$$C.\ \Phi_n(w)=0$$

Tuy nhiên do Φ_n là hàm không giảm và $\Phi_n(1)=1$ nên chúng ta có:

$$\Phi_n(w)\geq\exp\left(-\int_a^b\left|g(t)\right|dt\right)\Phi_n(1)>0$$

Do đó $v^{(n-1)}\equiv 0$. Tiếp tục lặp lại quá trình này ta nhận được $v(t)\equiv 0$. Vậy bài toán thuần nhất (43_0), (44_0) chỉ có nghiệm tầm thường.

Theo định lý 1.1 trong [2] thì khẳng định trên và các bất đẳng thức (45), (46) suy ra rằng bài toán (43), (44) có ít nhất một nghiệm. Giả sử u là một nghiệm tùy ý của (43), (44). Chúng ta sẽ chỉ ra rằng

$$\|u\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}}\leq\rho_0 \tag{47}$$

Từ (6) ta nhận được

$$(u^{(n)}(t)-u^{(n-1)}(t))\ \text{sign}\ u^{(n-1)}(t)=\widetilde{f}\ (u)(t)\ \text{sign}\ u^{(n-1)}(t)$$

$$=\chi\left(\|u\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}}\right).\left(f(u)(t)-g(t)u^{(n-1)}(t)\right)\text{sign}\ u^{(n-1)}(t)$$

$$\leq f_0\left(|u|,\ldots,\left|u^{(n-1)}\right|\right)(t)+\omega\left(t,2\rho_0\right)$$

Với $a_n\leq t\leq b$

Và

$$\left(u^{(n)}(t)-u^{(n-1)}(t)\right)\text{sign}\ u^{(n-1)}(t)\geq -f_0\left(|u|,\ldots.\left|u^{(n-1)}\right|\right)(t)-\omega\left(t,2\rho_0\right)$$

Với $a \le t \le b_n$

`Mặt khác từ (7) ta có:

$$\min\left\{\left|u^{(i-1)}(t)\right| : a_i \le t \le b_i\right\} \le \left|\Phi_i\left(u^{(i-1)}(t)\right)\right|$$

$$= \left|\widetilde{\varphi}_i(u)\right| = \left|\varphi_i(u)\right|\chi\left(\|u\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}}\right) \le \Psi_i\left(|u|, \dots, \left|u^{(n-1)}\right|\right) + r(2\rho_0) \quad (i= 1,2, \dots n)$$

Theo bổ đề 1 và (40) ta nhận được (47) khi đó $\chi\left(\|u\|_{C^{n-1}_{(<a,b>)}}\right) = 1$ cùng với (41), (42) ta nhận được u là nghiệm của bài toán (1), (2). Định lý được chứng minh.

Cuối cùng ta nhắc lại định lý về sự duy nhất nghiệm của bài toán (1), (2)

Định lý 2: Giả sử điều kiện (5) được thực hiện và f , $\varphi_1, \dots, \varphi_2$ của bài toán (1), (2) thỏa các điều kiện sau:

$$[f(u)(t) - f(v)(t) - (u^{(n-1)}(t) - v^{(n-1)}(t)].\ \mathrm{sign}(u^{(n-1)}(t) - v^{(n-1)}(t))$$
$$\le f_0(|u-v|, \dots |u^{(n-1)} - v^{(n-1)}|)(t)$$

với $a_n \le t \le b$, $u, v \in C^{n-1}(<a, b>)$

$$[f(u)(t) - f(v)(t) - (u^{(n-1)}(t) - v^{(n-1)}(t)]\ .\ \mathrm{sign}\ (u^{(n-1)}(t) - v^{(n-1)}(t))$$
$$\ge -f_0(|u-v|, \dots |u^{(n-1)} - v^{(n-1)}|)(t)$$

với $a \le t \le b_n$, $u, v \in C^{n-1}(<a, b>)$

$|\varphi_i(u) - \varphi_i(v)| \le \psi_i(|u-v|, \dots |u^{(n-1)} - v^{(n-1)}|)$ với mọi $u, v \in C^{n-1}(<a, b>)$
khi đó bài toán (1), (2) có duy nhất một nghiệm.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Nguyễn Anh Tuấn, *Một lớp bài toán biên cho phương trình hàm bậc cao.* Thông tin khoa học số 16 (11-1996) Trường Đại học Sư phạm Tp. Hồ Chí Minh.

[2] I. Kiguradze, B.Puza (1997), *On boudary value problems for functional differential equations.* Mem. Differential Equations Math. Phys.12, 106-113.

[3] P. Hartman (1964), *Ordinary differential equations*, John Wiley & Sons.

Tóm tắt:

Một lớp bài toán biên cho phương trình vi phân bậc cao

Tác giả chứng minh một điều kiện đủ cho sự tồn tại và duy nhất nghiệm cho phương trình hàm bậc n với điều kiện biên dạng hàm được thiết lập bằng phương pháp đánh giá tiệm cận.

Abstract:

A class of boundary value problems for high order differential equations

New sufficient conditions of the existence and uniqueness of the solutions of the boundary problem for a functional differential equations of n-th order with certain functional boundary conditions are constructed by a method of a priori estimates.